Задаци и решења

Клуб младих математичара "Архимедес"- Београд

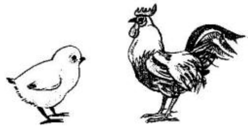
"*М И С Л И Ш А*"

Математичко такмичење за ученике ОШ
по угледу на
Међународно такмичење "КЕНГУР"

2008 — 2. разред

Задаци који се оцењују са 3 бода

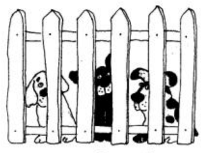
1. Један петао и једно пиленце, колико је то ногу?



(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

Решење: (B) 4, јер је 2+2=4

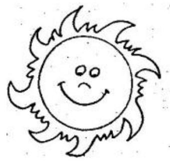
2. Колико куца се сакрило иза ограде?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Решење : (B) 3

3. Јуче је у нашем граду температура била 28 степени, а данас је за 3 степена топлије. Колико је степени данас?



(A) 28 степени (B) 29 степени (C) 30 степени
(D) 31 степен (E) 32 степена

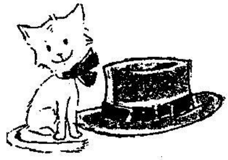
Решење : (D) 31 степен, јер је 28+3=31.

4. Колико цифара користимо за писање бројева?

(A) 9 (B) 10 (C) 90 (D) 99 (E) безброј

Решење : (B) 10, а то су: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

5. Маца је испод шешира сакрила 3 црвене и 5 плавих лоптица. Колико још жутих лоптица она треба да сакрије под шешир да би под шеширом било укупно 10 лоптица?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Решење : (B) 2, јер је 10–(3+5)=2.

Задаци који се оцењују са 4 бода

6. Господин Сима има 4 пара лепих ципела. Колико укупно пертли му је потребно за њих?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

Решење : (D) 8, јер је $4 \cdot 2=8$

7. Колико пута ћемо написати цифру 1 ако исписујемо све бројеве друге десетице?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 19 (E) 20

Решење: (A) 10. Цифру 1 написаћемо 10 пута и то у следећим бројевима: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19. У броју 11 цифра 1 се појављује 2 пута.

8. Колико има бројева у првој десетици који имају двоцифреног следбеника?

(A) 1 (B) 2 (C) 9 (D) 10 (E) нема таквих бројева

Решење: (B) 2. Број 9 и број 10 припадају првој десетици и сваки од њих има двоцифреног следбеника. Дакле, у првој десетици постоје два броја који имају двоцифрене следбенике.

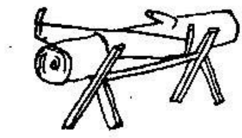
9. На десном тасу теразија су тегови од 4 килограма и 5 килограма. Теразије су у равнотежи. Колико килограма има меда?

(A) 4 кг (B) 5 кг (C) 7 кг (D) 8 кг (E) 9 кг

Решење : (E) 9 кг, јер је $4+5=9$.

Задаци који се оцењују са 5 бодова

10. Балван дугачак 5 метара разрезан је са 4 реза на једнаке делове. Колика је дужина једног таквог дела?



(A) пола метра (B) 1 m (C) 120 cm (D) 2 m (E) не може се одредити

Решење: (B) 1 m

Помоћу 4 реза балван је разрезан на 5 делова. У овом случају се тражи да делови буду једнаки, па ће зато дужина сваког таквог дела бити 1 метар.

11. Хвалили се наши
мали кликераши.
Прво рече Пера:
"Имам шест кликера".
Чу се и глас Мише:
"Имам за три више".
А на то ће Радојица:
"Имам кол'ко њих
двојица".

Колико кликера има Радојица?

(A) 6 (B) 9 (C) 15 (D) 22 (E) не може се одредити

Решење: (C) 15, јер Пера има 6, Миша 6+3=9, а Радојица 6+(6+3)=6+9=15

12. Зоран је на контролној вежби рачунао овако:

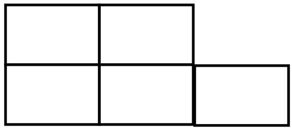
а) $5 + 3 + 2 = 10$
б) $5 - 3 - 2 = 0$
в) $5 - 3 + 2 = 0$
г) $5 + 15 - 2 = 18$
д) $15 + 3 - 2 = 16$
ђ) $5 \cdot 5 - 10 = 15$
е) $5 + 5 \cdot 10 = 100$
ж) $5 + 5 \cdot 10 = 55$
з) $2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 8 = 16$
и) $2+0+0+8 = 10$

Колико задатака је Зоран погрешно урадио?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Решење: (C) 3. Зоран је погрешио у примерима в), е) и з).

13. Колико правоугаоника видиш на овој слици?



(A) ни једна (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 12

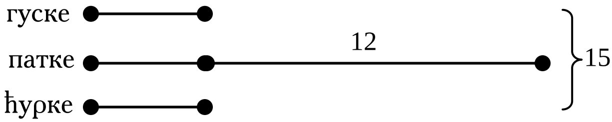
Решење : (E) 12

Бројање треба вршити по некпом плану. На пример, прво бројимо најмање правоугаонике, затим оне који се састоје од 2 правоугаоника (водоравно или усправно спојених), затим оне од 3 и на крају видимо и један правоугаоник који се састоји из 4 мала правоугаоника.

14. Поред баре било је укупно 15 патака, гусака и ћурака. Патака је било 12 више него гусака. Колико је било ћурака?

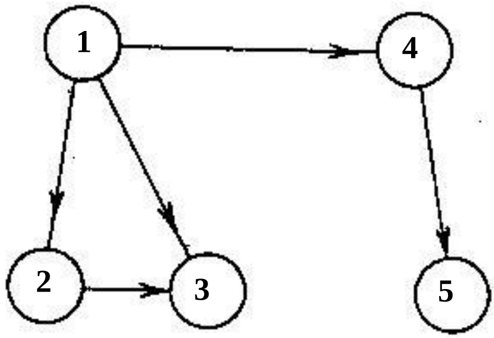
(A) ни једна (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) не може се одредити

Решење : (B) 1. Размишљамо овако: У тексту пише да је поред баре било и патака и гусака и ћурака, а патака је сигурно морало бити бар 13. Значи да за остале (гуске и ћурке) остаје још само 2 (једна гуска и једна ћурка). Слика најбоље говори!



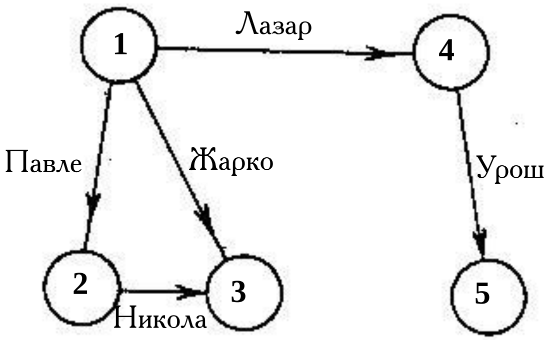
15. Кругови 1, 2, 3, 4, 5 представљају куће, а стрелице представљају путање којима се крећу дечаци: Павле, Лазар, Жарко, Урош и Никола.

Павле, Жарко и Лазар пошли су из исте куће, а Жарко и Никола дошли су у исту кућу. Павле је дошао у кућу из које је Никола пошао, а Урош је пошао из куће у коју је Лазар дошао. Који је број куће из које је пошао Урош.



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

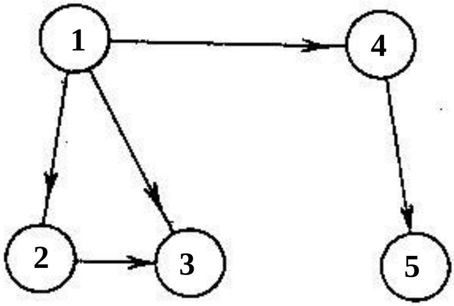
Решење : (D) 4



ЗАДАТАК СА ЗВЕЗДИЦОМ

Кругови 1, 2, 3, 4, 5 представљају куће, а стрелице представљају путање којима се крећу дечаци: Милан, Душан, Вељко, Петар и Саша.

Душан, Милан и Вељко пошли су из исте куће, а Вељко и Саша дошли су у исту кућу. Милан је дошао у кућу из које је Саша пошао, а Петар је пошао из куће у коју је Душан дошао. Напиши на свакој стрелици име дечака који је ишао тим путем и одговори из које је куће пошао Петар.

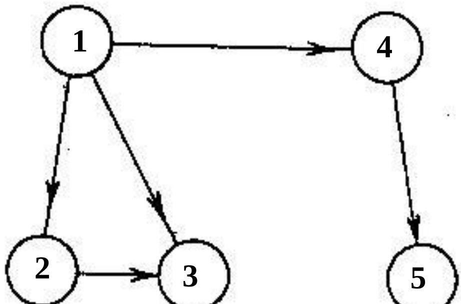


Одговор:
Петар је пошао из куће број: ______

ЗАДАТАК СА ЗВЕЗДИЦОМ

Кругови 1, 2, 3, 4, 5 представљају куће, а стрелице представљају путање којима се крећу дечаци: Милан, Душан, Вељко, Петар и Саша.

Душан, Милан и Вељко пошли су из исте куће, а Вељко и Саша дошли су у исту кућу. Милан је дошао у кућу из које је Саша пошао, а Петар је пошао из куће у коју је Душан дошао. Напиши на свакој стрелици име дечака који је ишао тим путем и одговори из које је куће пошао Петар.



Одговор:
Петар је пошао из куће број: ______

2. *разред*

1. (В) 10
2. (В) 10
3. (В) 10

4. (В) 10
5. (В) 10
6. (В) 10
7. (В) 10
8. (
9. (
10. (В) 10

11. (B) 10
12. (B) 10
13. (B) 10
14. (B) 10
15. (B) 10
16. (B) 10
17. (B) 10
18.
19. (B) 10
20. (B) 10
21. (B) 10

22.
23. (B) 10
24. (B) 10
25. (B) 10

Задаци и решења

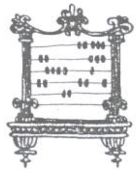
Клуб младих математичара "Архимедес"- Београд

"*М И С Л И Ш А*"

Математичко такмичење за ученике ОШ
по угледу на
Међународно такмичење "КЕНГУР"

2008 **3. разред**

Задаци који се оцењују са 3 бода



1. Колико је $20 - 9 + 1 - 2$?

(A) 14 (B) 12 (C) 10 (D) 8 (E) 6

Решење: (C) 10
$20-9+1-2 = 11+1-2=12-2=10.$

2. Ана је направила букет од 4 нарциса, 3 лале, 5 ружа и 3 каранфила. Колико цветова је било у Анином букету?

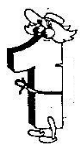
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

Решење: (E) 15, јер је 4+3+5+3=15.

3. Милица може да попије чај само ако је он заслађен са 3 "коцкице" шећера. У децембру прошле године Милица је свакога дана попила по једну шољу чаја. Колико је "коцкица" шећера она потрошила у децембру?

(A) 31 (B) 60 (C) 62 (D) 90 (E) 93

Решење : (E) 93, јер је $31 \cdot 3=93$ (децембар увек има 31 дан).



4. Који је то број који увећан за 1 даје најмањи троцифрени број?

(A) 101 (B) 100 (C) 99 (D) 98 (E) 97

Решење: (C) 99.
Најмањи троцифрен број је 100. Како је 99+1=100, значи да се ради о броју 99.

5. Међу следећим бројевима одреди највећи:

(A) 2+0+0+8 (B) 2·0·0·8 (C) (2+0)·(0+8)

(D) 20·0·8 (E) (2·0)·(0·8)

Решење: (C) (2+0)·(0+8). Рачунај пажљиво!

6. На горњој полици налазе се 3 књиге, а на доњој 2 књиге. Колико још књига треба ставити на доњу полицу да би на њој било два пута више књига него на горњој?

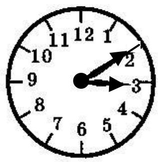
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Решење: (C) 4

Да би на доњој полици било два пута више књига него на горњој, на њој треба да буде 2·3=6 књига. На доњој полици већ стоје 2 књиге, што значи да на њу треба ставити још 4 књиге.

7. Свакога дана у 14 часова Саша је почињао да вежба математичке задатке и тако се припрема за "Мислишу". Једнога дана је завршио вежбање баш када су на његовом часовнику казаљке биле у положају као на слици. Колико је минута тога дана Саша вежбао математичке задатке?

(A) 40 (B) 50 (C) 60 (D) 70 (E) 80

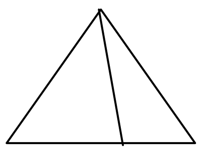


Решење: (D) 70

Часовник показује 15 часова и 10 минута. Значи да је од тренутка када је Саша почео да вежба прошло 1 сат и 10 минута, тј. 60+10=70 минута.

8. Колико троуглова видите на овој слици:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



Решење: (C) 3

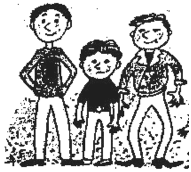
Два мала и један велики троугао.

<u>Задаци који се оцењују са 4 бода</u>

9. Пера је Стевин син, а Стева је Ранков син. Шта је Пера Ранку? (A) деда (B) отац (C) син (D) брат (E) унук

Решење: (E) унук

10. Три другара из Мостара
сакупише 100 динара.
Динар скупа потрошише,
а остатак поделише,
па одоше својој кући
сва тројица певајући!
По колико је динара однео кући сваки другар?



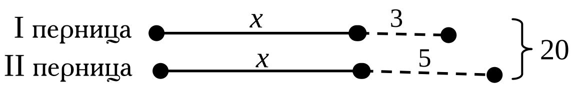
(A) 33 (B) 34 (C) 35 (D) 36 (E) не може се одредити

Решење: (A) 33, јер је (100–1):3=99:3=33.

11. У две пернице био је исти број оловака. Када су у прву перницу додали још 3, а у другу још 5, тада је у обе пернице било укупно 20 оловака. По колико је оловака било у свакој перници на почетку?

(A) 6 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 20

Решење: (A) 6



I начин: Гледамо слику и израчунавамо вредност израза:

(20–(3+5)):2=(20–8):2=12:2=6

II начин: Гледамо слику и пишемо једначину:

$$2x+(3+5)=20 \Rightarrow 2x+8=20 \Rightarrow 2x=20-8 \Rightarrow 2x=12 \Rightarrow x=6$$

12. Две рођене сестре, Марија и Јелена, стигле су истовремено у школу. Журиле су да не закасне на такмичење “Мислиша”. Марија хода брже него Јелена. Која девојчица је раније кренула од куће?

(A) Марија (B) истовремено су кренуле (C) Јелена
(D) не знам (E) не може се утврдити

Решење: (C) Јелена. Пошто се каже да Марија хода брже, закључујемо да Јелена хода спорије, ато значи да мора раније да пође да би стигле истовремено у школу.

13. Врапцу којег видите на слици десно, Јоца је дао име VILI. Међутим, Моца је приметио да се слова из тог имена могу читати и као римски бројеви. Колики је збир та четири римска броја?

VILI

(A) 552   (B) 66   (C) 57   (D) 55   (E) 45

Решење: (C) 57.

V+I+L+I=5+1+50+1=57

14. Тетка Љиља има 8 кокошака. Три кокошке носе јаја сваког дана, а остале кокошке носе јаја сваког другог дана. Колико јаја снесу тетка Љиљине кокошке за 20 дана?

(A) 160   (B) 110   (C) 90   (D) 75   (E) 60

Решење: (B) 110, јер је $3\cdot20+5\cdot10=60+50=110$.

15. Колико овде има тачно урађених задатака?

$36 : 4 \cdot 2 : 6 = 3$

$48 : 6 + 12 - 4 \cdot 5 = 72$

$(100-10) : 10 + 72 = 81$

$10 \cdot (14-7) - (20-8) : 2 = 64$

$(2\cdot0\cdot0\cdot8)\cdot(2+0+0+8) = 0\cdot10 = 0$

(A) 1   (B) 2   (C) 3   (D) 4   (E) 5

Решење: (D) 4.

Нетачно је урађен само други пример. Требало би да стоји: $48:6+12-4\cdot5=8+12-20=20-20=0$. Дакле, тачно је урађено 4 задатка.

16. *Мало шале.* У Пеђиној кухињи налазе се сто и 4 столице. Сваки комад намештаја има по 4 ноге. Колико ногу има у кухињи када доручкује Пеђина породица – тата, мама и Пеђа?

(A) 14   (B) 16   (C) 18   (D) 24   (E) 26

Решење: (E) 26

Пет комада намештаја по 4 ноге и 3 особе по 2 ноге, тј. $5\cdot4+3\cdot2=26$.

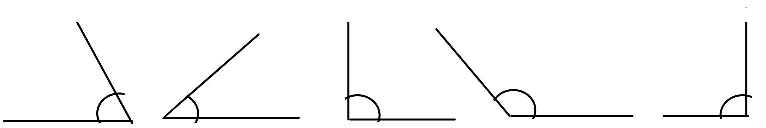
17. Оља има једну новчаницу од 50 динара и две новчанице од по 20 динара, а Данка има једну новчаницу од 100 динара. Свака од њих је купила по један сладолед. Сладолед кошта 80 динара. Која девојчица је добила већи кусур и за колико?

(A) Оља за 20 (B) Оља за 10
(C) Данка за 20 (D) Данка за 10 (E) Једнако су добиле

Решење: (D) Данка за 10.
Како је сума коју Оља има 50+20+20=90, а сладолед кошта 80, значи да је Оља добила кусур 90−80=10.
Данкин кусур је 100−80=20, дакле Данка је добила већи кусур.
Остаје још да се утврди за колико је Данкин кусур већи одОљиног.
Како је 20−10=10, закључујемо да је Данкин кусур за 10.

Задаци који се оцењују са 5 бодова

18. Колико врста углова видите на слици?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

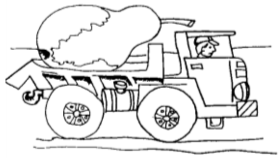
Решење: (C) 3
На слици видимо 2 оштра, 2 права и 1 туп угао, дакле 3 врсте углова.

19. Бора је седам пута млађи од свога деде, а његов деда ће кроз 6 година имати тачно 90 година. Колико година има Бора?

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 21

Решење: (A) 12
Деда има 90–6=84 (године), а Бора 84:7=12 година

20. Лилипутанац Лики на свом камиону може да вози или 2 шљиве – свака по 40 грама, или 1 крушку од 90 грама или 19 вишања – свака по 5 грама. Више шљива, или крушака или вишања не сме да товари на камион, јер ће се он сломити. Лики жели да превезе 1 јабуку. Колико највише грама може да има та јабука?



(A) 80 (B) 90 (C) 95 (D) 100 (E) 255

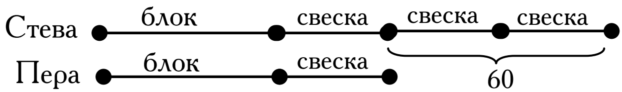
Решење: (C) 95

У тексту пише да више од две шљиве, нити више од једне крушке, нити више од 19 вишања Лики не сме да стави на камион. Према томе, највише што Лики може да стави на камион је јабука која има $19 \cdot 5 = 95$ (грама).

21. За један блок и три свеске Стева је платио 140 динара, а за један блок и једну свеску Пера је платио 80 динара. Колико у тој продавници кошта један блок.

(A) 30 (B) 50 (C) 60 (D) 80 (E) 120

Решење: (B) 50

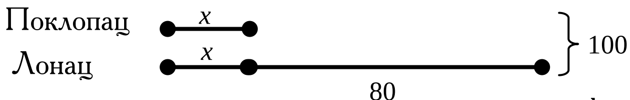


Стева је платио 60 динара више, јер је купио 2 свеске више!
Једна свеска – 30 динара, блок – 50 динара!

22. Колико кошта лонац, ако се зна да лонац и поклопац заједно коштају 100 динара и да је лонац 80 динара скупљи од поклопца?

(A) 20 (B) 40 (C) 60 (D) 80 (E) 90

Решење: (E) 90.



Ако цену поклопца означимо са x онда нам слика омогућава да напишемо израз $(100–80):2=20:2=10$, а то значи да поклопац кошта 10 динара. Сад је лако израчунати да лонац кошта 90 динара.

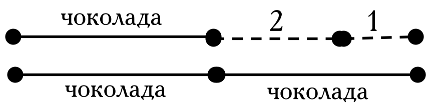
Постоји и могућност да, користећи слику, напишемо једначину $2x+80=100$, чије је решење $x=10$, итд.

23. Пинокио је стајао пред излогом продавнице, посматрао чоколаду и размишљао овако:"Ако купим једну чоколаду, остаће ми два новчића, а да бих купио две чоколаде недостаје ми један новчић!" Колико новчића је имао Пинокио?

(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25

Решење: (А) 5

Погледати слику:



Слика показује да је чоколада коштала 3 новчића, а према условима задатка, закључујемо да је Пинокио имао 5 новчића.

24. Јелен, вук и зец учествовали су на шумској олимпијади.

Такмичили су се у трчању. Сваки од њих заузео је једно од прва три места. Зец није био ни први ни трећи. Вук такође није постао шампион. Које место је заузео вук?

(А) прво (B) друго (C) треће (D) исто као зец (Е) немогуће је одредити

Решење: (С) треће.

Лако се утврди да је зец био други (јер није био ни први ни трећи), а пошто вук није постао шампион (није био први), значи да је вук заузео треће место. До решења се може доћи и применом табеле:

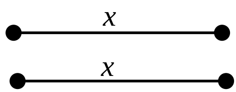
	I	II	III
Јелен	+	–	–
Вук	–	–	+
Зец	–	+	–

25. На две гране седело је укупно 16 врабаца. Са друге гране су одлетела 2 врапца, а затим је са прве гране прелетело на другу грану 5 врабаца. После тога, на обе гране седео је исти број врабаца. Колико је врабаца било на свакој грани на почетку?

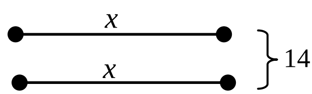
(A) То је немогуће (B) 15 и 1 (C) 14 и 2 (D) 13 и 3 (E) 12 и 4

Решење: (E) 12 и 4

И овај задатак се једноставно решава помоћу дужи. Наиме, приказаћемо сликом стање на обе гране на крају задатка. Тада је, као што у тексту пише, на обе гране био исти број врабаца:



А сада постављамо питање како је до те ситуације дошло. Од првобитног укупног броја од 16 врабаца, најпре су са друге гране 2 одлетела, што значи да их је остало 16–2=14. А онда су се тих 14 врабаца на описани начин распоредили на обе гране једнако. Значи, на крају задатка имамо следећу ситуацију:



тј. на свакој грани седи по 7 врабаца.
Остаје нам коначно да утврдимо како је дошло до тога да на свакој грани буде по 7 врабаца. Како је са прве гране на другу прелетело 5 врабаца, значи да је пре тог прелетања на првој грани било 7+5=12, а на другој 7–5=2 врапца.
Кад још узмемо у обзир податак да су на почетку 2 врапца одлетела са друге гране, долазимо до коначног решења да је на првој грани на почетку било 12, а на другој 4 врапца.

Задаци и решења

Клуб младих математичара "Архимедес"- Београд

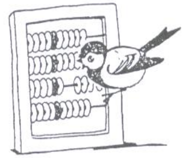
"*М И С Л И Ш А*"

Математичко такмичење за ученике ОШ
по угледу на
Међународно такмичење "КЕНГУР"

2008 **4. разред**

Задаци који се оцењују са 3 бода

1. Колико је $5 + 5 + 5 - 5 + 5$?

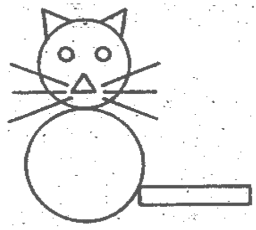


(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25

Решење: (C) 15

Операције треба вршити редом!

2. Колико је $(2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 8):(2+0+0+8)$?



(A) 16 (B) 0 (C) 1 (D) 10 (E) 28

Решење: (B) 0

$(2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 8):(2+0+0+8)=0:10=0$

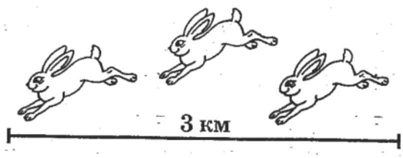
3. Чега на овој слици има више: кругова или троуглова? За колико?

(A) троуглова за 2 (B) троуглова за 1

(C) кругова за 3 (D) кругова за 2 (E) има их једнако

Решење : (C) кругова за 3, јер кругова има 4, а троуглова само 1. (Пажња, пажња! Уши немају облик троугла!)

4. Ловци су појурили три зеца и они су бежали 3 километра. Колико је километара бежао сваки зец?



(A) 1 км (B) 2 км (C) 3 км

(D) 6 км

(E) не може се одредити

Решење : (C) 3 км. Зечеви су бежали заједно (у групи), па је сваки од њих прешао исти пут.

5. Пре игре Миша је имао 5 ораха више од Стеве. Стева је у игри добио од Мише 3 ораха. Који од дечака сада има више ораха и за колико?

(A) Миша за 2 (B) Миша за 1 (C) Стева за 2
(D) Стева за 1 (E) имају исти број ораха

Решење: (D) Стева за 1

6. Да би сваког од својих другова Нина послужила са по 2 бомбоне недостају јој 4 бомбоне. Колико другова Нина жели да послужи, ако се зна да она има 8 бомбона?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Решење: (C) 6.

Како Нина има 8 бомбона, а 4 јој недостају, значи да би она морала да има 8+4=12 бомбона да би сваког друга послужила са по 2 бомбоне. Како је 12:2=6, значи да Нина жели да послужи 6 својих другара.

7. Само једна од ових једнакости је исправна. Која?

(A) $12 : (4+8) = 11$ (B) $8\cdot2+3=40$ (C) $2\cdot5+10\cdot2=40$

(D) $(45+15) : (10-5) = 1$ (E) $2+8\cdot5=42$

Решење: (E) $2+8\cdot5=42$. (Предност рачунских операција).

8. Колико се добија када се производ бројева 4 и 502 одузме од разлике бројева 5000 и 984?

(A) 4016 (B) 0 (C) 2007 (D) 2008 (E) 2009

Решење: (E) 2009

Треба одредити вредност израза:

$$5000-984-4\cdot502=4016-2008=2008$$

<u>Задаци који се оцењују са 4 бода</u>

9. Један трговац јеу Африци купио 20 нојевих јаја по цени од 2 евра по комаду. Док их је возио, из сваког јајета се излегао мали ној. Трговац је сваког малог ноја продао по цени од 5 евра. Колико новца више је тај трговац добио за нојеве, него што је потрошио за јаја, тј. колико је зарадио?

(A) 20 (B) 40 (C) 50 (D) 60 (E) 70

Решење: (D) 60

Како је трговац за нојева јаја потрошио $20 \cdot 2 = 40$ (евра), а за мале нојеве добио $20 \cdot 5 = 100$ (евра), значи да је добио $100 - 40 = 60$ (евра) више.

10. Збир два броја је за 6 већи од првог сабирка и за 18 већи од другог сабирка. Колики је тај збир?

(A) 6 (B) 16 (C) 18 (D) 22 (E) 24

Решење: (E) 24, јер је $6 + 18 = 24$.

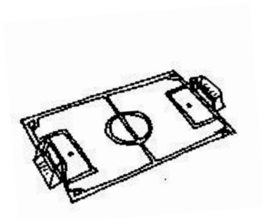
11. Колико има шестоцифрених бројева који су већи од 999995?

(A) 999998 (B) 999999 (C) 4 (D) 3 (E) 2

Решење: (C) 4.

Шестоцифрени бројеви већи од 999995 су 999996, 999997, 999998 и 999999. Дакле, има их укупно 4.

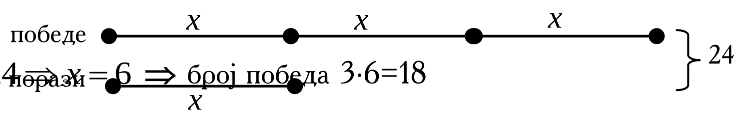
12. Школски фудбалски тим је на турниру имао 3 пута више победа него пораза, а 4 утакмице је одиграо нерешено. Укупно је одиграо 28 утакмица. Колико пута је тај тим победио?



(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

Решење: (E) 18

Укупан број победа и пораза је $28 - 4 = 24$, а однос броја победа и броја пораза може се представити цртежом:



$4x = 24 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow$ број победа $3 \cdot 6 = 18$

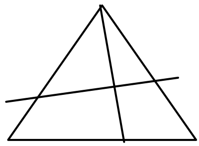
13. Јоца је у свој чамац примио још Моцу и Пецу. На колико начина они могу да седну један за другим у том чамцу?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

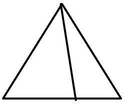
Решење: (E) 6.

Означимо дечаке у чамцу са J, M, П. Могући распореди седења у чамцу су: JMП, JПM, MJП, MПJ, ПJM, ПMJ, дакле, има их укупно 6.

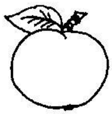
14. Колико на овој слици видите троуглова?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



Решење: (D) 6.

На слици  видимо 3 троугла, а када повучемо линију, та 3 троугла остају, али се појављују нова три (мања) троугла. Тако би прави одговор био 3+3=6 троуглова.

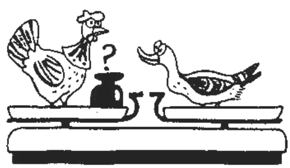
15. Деца су у воћњаку сакупљала јабуке. Када им се придружило још толико деце и још 8, показало се да половину све деце чине девојчице, а осталих 17 су дечаци. Колико је деце на почетку било у воћњаку?



(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) 34

Решење: (D) 13.
Решавамо задатак "с краја". Наиме, ако половину деце чине девојчице, онда другу половину (њих 17) чине дечаци, па је у том тренутку у воћњаку укупно 34 деце. Сад се питамо како је дошло до тога да их је у воћњаку 34. Тако поступно долазимо до решења, тј. (34–8):2=26:2=13.

16. Петао има 1 kg и 800 g, а патак 2 kg и 200 g. Теразије су у равнотежи. Колико грама има тег који стоји на левом тасу (поред петла)?



(A) 400 g (B) 600 g (C) 650 g (D) 800 g (E) 1200 g

Решење: (A) 400 g.
Ако непознату масу тега означимо са x, онда (с обзиром да су теразије у равнотежи) можемо записати следећу једначину:

$$1\text{ kg }800\text{ g} + x = 2\text{ kg }200\text{ g}$$

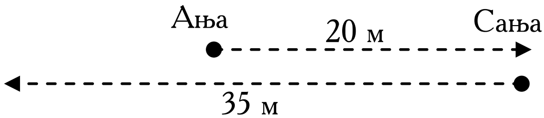
тј. $1800\text{ g} + x = 2200\text{ g}$, одакле је $x = 400\text{ g}$

17. Пас Жућа је претрчао 20 метара да би стигао од Ање до Сање, а затим се окренуо и у супротном смеру претрчао 35 метара. Колико је у том тренутку Жућа био удаљен од Ање?

(A) 35 m (B) 30 m (C) 25 m (D) 20 m (E) 15 m

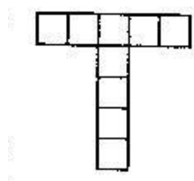
Решење: (E) 15 m

Погледати слику!



Задаци који се оцењују са 5 бодова

18. Површина сваког од квадратића које видите на слици је 4 cm^2. Колики је обим читаве фигуре?



(A) 36 cm (B) 38 cm (C) 40 cm
(D) 42 cm (E) 44 cm

Решење: (C) 40 cm.

Ако страницу једног квадратића означимо са a, онда из податка да је површина једног квадратића $a \cdot a=4$, следи да је $a=2$ (cm). Како се обим читаве фигуре састоји из 20 дужи дужине a, онда је тражени обим $O = 20a = 20 \cdot 2\text{cm} = 40$ cm.

19. На ком се месту у низу свих четвороцифрених бројева налази број 2008?

(A) 2008. (B) 1009. (C) 1008. (D) 999. (E) 208.

Решење: (B) 1009.

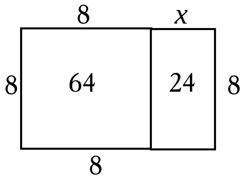
Међу првих 2008 природних бројева, првих 999 нису четвороцифрени, па зато само четвороцифрен има $2008-999=1009$.

20. Дејан је правоугаоник површине 88 cm^2 разрезао на један квадрат и један мањи правоугаоник. Одредите обим мањег правоугаоника, ако је страница квадрата 8 cm.

(A) 8 cm (B) 18 cm (C) 20 cm (D) 21 cm (E) 22 cm

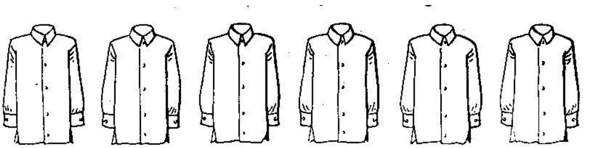
Решење: (E) 22 cm

Погледати слику!



Како је страница квадрата 8 cm, његова површина је 64 cm^2, па за површину мањег правоугаоника остаје 88–64=24 (cm^2). Мањем правоугаонику сада знамо површину и дужину, па из $8 \cdot x = 24$ добијамо $x = 3$. Обим мањег правоугаоника је $O = 2 \cdot (3 + 8) = 22$ (cm).

21. Стевина мама је размишљала овако:"Ако купим Стеви 4 кошуље, остаће ми 200 динара, а да бих му купила 6 кошуља недостаје ми 650 динара."
Колико је Стевина мама имала новца?

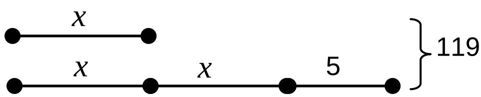


(A) 425 (B) 850 (C) 1700 (D) 1900 (E) Не може се одредити

Решење: (D) 1900, Како је мами, кад је купила 4 кошуље, остало 200 динара, а да би купила 6 кошуља недостајало 650 динара, закључујемо да те додатне 2 кошуље које би она купила коштају 200+650=850 динара. То значи да једна кошуља кошта 850:2=425 динара. Мама је имала довољно новца да купи 4 кошуље и остало јој је још 200 динара. То значи да је она имала

4·425+200=1700+200=1900 динара.

22. При решавању једног математичког задатка, на часу математике, на табли је било нацртано следеће:



Пет ученика је према цртежу на табли, написало формуле помоћу којих би требало решити постављени задатак:

Иван: $x+(2\cdot x+5)=119$,

Марко: $x\cdot 3+5=119$,

Мира: $(119-5):3=x$,

Раде: $119:3-5=x$,

Аница: $x+x+x+5=119$.

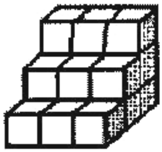
Један ученик је погрешио. Који?

(A) Иван (B) Марко (C) Мира (D) Раде (E) Аница

Решење: (D) Раде

23. Колико коцкица треба додати фигури на слици 1 да би она постала иста као фигура на слици 2?

сл. 1.



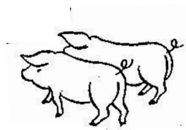
сл. 2.

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Решење: (B) 4.

На "другом спрату" недостају 2 коцкице и на "трећем спрату" такође 2 коцкице.

24. На ливади се игра неколико прасића исте тежине и неколико јагањаца који такође имају међусобно исту тежину. Ако се зна да 3 прасета и 2 јагњета имају масу 44 килограма, а 2 прасета и 3 јагњета – 41 килограм, израчунајте ко има више килограма и за колико?



(A) јагње за 7 (B) јагње за 3 (C) прасе за 9

(D) прасе за 6 (E) прасе за 3

Решење: (E) јагње 7, прасе 10

Ако дате податке запишемо у облику: 3п + 2ј = 44

2п + 3ј = 41

и сада саберемо посебно леве, а посебно десне стране ових двеју једначина, добићемо: 5п + 5ј = 85.

То значи да 5 прасића и 5 јагањаца имају укупну масу од 85 кг.

Одавде се лако долази до закључка да једно прасе и једно јагње имају укупно 85:5=17 килограма, 1п + 1ј = 17. Ово даље значи да је, на пример, 3п + 3ј = 3·17 = 51.

Посматрајмо сада ову једначину заједно са, на пример, првом од двеју једначна са почетка овог образложења: 3п + 3ј = 51
3п + 2ј = 44.

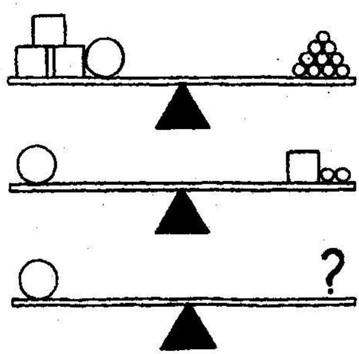
Упоређивањем ових двеју једначина закључујемо да се разлика на десној страни (51−44=7) појавила зато што у првој једначини имамо једно јагње више. Дакле, маса тог једног јагњета је 7 килограма, а даље се лако израчунава да је маса једног прасета 17 − 7 = 10 (килограма). Коначно, прасе има 3 кг више него јагње.

25. Слике показују да су извршена три мерења на теразијама.

Прва слика показује да су три коцке и једна лопта у равнотежи са 10 кликера.

Друга слика показује да је 1 лопта у равнотежи са једном коцком и два кликера.

Колико кликера треба ставити на треће теразије уместо "**?**" да би и оне биле у равнотежи?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Решење: (A) 4.

Посматрајмо прве теразије, па уместо лопте која се налази на левој страни тих теразија, ставимо коцку и два кликера (јер нам то дозвољава равнотежа коју видимо на другим теразијама). Прве теразије ће и тада бити у равнотежи, а ми ћемо сада и са леве и са десне стране тих теразија, уклонити по два кликера. Теразије ће и тада бити у равнотежи, а ми ћемо уочити да на левој страни стоје 4 коцке, а на десној 8 кликера. Из те равнотеже закључујемо да једна коцка вреди колико 2 кликера. Ако ту чињеницу применимо на другим теразијама, закључићемо да 1 лопта (која се налази на левој страни) вреди колико и 4 кликера (јер смо коцку заменили са 2 кликера).

Клуб младих математичара “Архимедес”- Београд

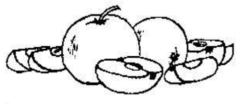
“ *М И С Л И Ш А* ”

Математичко такмичење за ученике ОШ
по угледу на
Међународно такмичење “КЕНГУР”

2008 **5. разред**

Задаци који се оцењују са 3 бода

1. Јасна има две јабуке, две половине јабуке и четири четвртине јабуке. Колико јабука има Јасна?



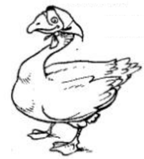
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Решење: (D) 4

Две половине јабуке чине једну целу јабуку, а четири четвртине чине још једну целу јабуку. Са две целе јабуке које Јасна већ има, то чини укупно 4 целе јабуке.

2. *Стари задатак*

Гуска ипо, 6 динара. Колико коштају 2 гуске?

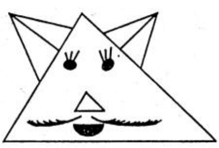


(A) 14 (B) 12 (C) 10 (D) 9 (E) 8

Решење: (E) 8

Из податка да гуска ипо кошта 6 динара треба да израчунамо колико кошта 1 гуска. То се може урадити на пример тако што прво израчунамо колико коштају 3 гуске (двоструко више), па затим одредимо цену једне гуске (3 пута мање) и коначно цену за 2 гуске (два пута више). Други начин: количину коју смо назвали гуска ипо можемо посматрати као да се састоји из 3 једнака дела, а цену од 6 динара као величину која се састоји из 3 једнака дела. Цену једне гуске тада чине 2 једнака дела, а то у овом случају износи 4. Две гуске зато вреде 8 динара.

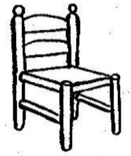
3. Колико на овој слици видиш троуглова?



(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

Решење: (A) 8, (нос, лице, на ушима по 3)

4. У сваком углу собе налази се по једна столица. На свакој столици седи по један дечак. Сваки дечак види 3 дечака. Колико у тој соби има дечака?



(A) 3 (B) 4 (C) 8 (D) 9 (E) 12

Решење : (B) 4, јер се у сваком углу собе налази по један дечак.

5. Колико елемената има скуп C који представља унију скупова

$$R = \{1, 2, 3\} \text{ и } S = \{3, 4, 5\}$$

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Решење: (D) 5, тј. $C = R \cup S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

6. Производ два броја је 15 пута већи од првог чиниоца. Колики је други чинилац?

(A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 150 (E) не може се одредити

Решење: (C) 15

Услов задатка се може и овако записати: $a \cdot b = 15a$, а даље се лако види да је други чинилац $b = 15$.

7. Ивица и Марица данас славе рођендан. Збир њихових година је 11, а производ 24. Колико година је имала Марица када се Ивица родио?

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 8

Решење: (C) 5

Како се зна производ њихових година, то значи да тра... ја чији је производ 24, тј. $24=1\cdot24=2\cdot12=3\cdot8=4\cdot6$. Како мора бити испуњен још и услов да је збир њихових година 11, једини бројеви који то испуњавају су бројеви 3 и 8. Из текста задатка знамо да је Марица старија. Дакле, Марица је имала 5 година кад се Ивица родио.

8. Колико овде има тачно решених задатака:

а) $2 + 8 \cdot 2 = 18$

б) $(2 + 8) \cdot 2 + 8 = 100$

в) $0{,}9 + 0{,}10 = 0{,}19$

г) $0{,}1 \cdot 0{,}001 = 0{,}0001$

д) $\frac{1}{8} + 2\frac{7}{8} = 3$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Решење: (C) 3

Грешке су направљене у примерима б) и в):

б) $(2 + 8) \cdot 2 + 8 = 10 \cdot 2 + 8 = 20 + 8 = 28$

в) $0{,}9 + 0{,}10 = 1$

Задаци који се оцењују са 4 бода

9. Неуредна Маја има у фиоци 6 белих, 8 црвених и 10 розе чарапа. Који је најмањи број чарапа које Маја треба, затворених очију, да узме из фиоке да би била сигурна да ће моћи да обује пар чарапа исте боје?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 10

Решење: (B) 4

Ако Маја затворених очију узме из фиоке 3 чарапе, онда, у најнеповољнијем случају, оне могу бити различитих боја. Четврта извучена чарапа је онда или бела или црвена или розе. Како је једна чарапа такве боје (бела, црвена или розе) већ извучена, значи да када Маја извуче 4 чарапе она може бити сигурна да ће имати један пар истобојних чарапа.

10. Који од следећих разломака има највећу вредност:

I) $\frac{2+0+0+8}{2+0+0+8}$; II) $\frac{2\cdot 0\cdot 0\cdot 8}{2+0+0+8}$; III) $\frac{2008}{2+0+0+8}$; IV) $\frac{2+0+0+8}{2008}$

(A) I разломак (B) II разломак (C) III разломак
(D) IV разломак (E) сви имају исту вредност

Решење: (C) III разломак.

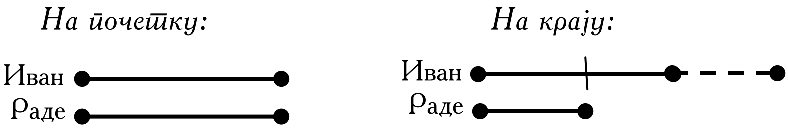
Вредност првог разломка је 1. Вредност другог разломка је $\frac{0}{10}=0$.

Вредност трећег разломка је $\frac{2008}{10}=200{,}8$. Вредност четвртог разломка је $\frac{10}{2008}$. Према томе, највећу вредност има трећи разломак.

11. Иван и Раде сакупљају сличице познатих спортиста. Једнога дана закључили су да су сакупили једнак број сличица. Раде је за рођендан поклонио Ивану половину својих сличица. Иван је после тога имао више сличица него Раде. Колико пута више?

(A) 2 пута (B) 3 пута (C) 4 пута (D) 5 пута
(E) зависи од тога колико су имали сличица на почетку

Решење: (B) 3 пута. Погледај слику!



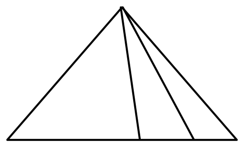
12. Колико има двоцифрених природних бројева код којих производ цифара није већи од 3?

(A) 5 (B) 8 (C) 11 (D) 12 (E) 14

Решење: (B) 8.

Није већи значи мањи или једнак! Како се ради о производу цифара, значи да у нашем он може бити 0, 1, 2 или 3. Покушајмо редом да испишемо све те бројеве: 10, 20, 30, 11, 12, 21, 13, 31, 40, 50, 60, 70, 80, 90. Дакле, има их укупно 14

13. Колико на овој слици видите троуглова?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Решење: (D) 6 .

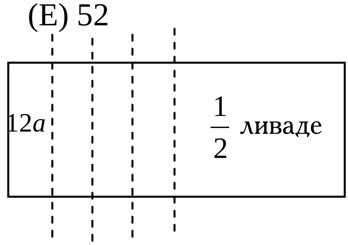
Троуглове треба бројати по плану: нпр. од најмањих, па редом преко све већих (оних који се састоје од 2 мања троугла) до највећег. У овом случају то би значило 3+2+1=6.

Учинићемо и једну важну напомену. На овој слици има тачно онолико троуглова колико се дужи може избројати на основици великог троугла. Свака од тих дужи представља основицу једног троугла, а треће теме сваког од тих троуглова је тачка (при врху) насупрот основице великог троугла.

14. Када су косци покосили 12 ари једне ливаде, до половине им је остало још $\frac{3}{8}$ ливаде. Колико ари има та ливада?

(A) 96 (B) 36 (C) 48 (D) 24 (E) 52

Решење: (A) 96



Са слике се види да покошених $12a$ представља осмину читаве ливаде, па је: $12\,a \cdot 8 = 96\,a$

15. Трећина ипо од сто колико је то?

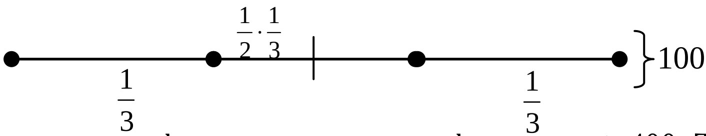
(A) 33   (B) 33,33...   (C) 50   (D) 66   (E) 66,6

Решење: (C) 50.

I начин:

Како се у задатку тражи део од броја 100, онда ћемо број 100 приказати помоћу једне дужи (као цело), а онда даље цртежом приказивати делове те целине.

Трећина и по значи трећина и још пола од те трећине. То се на цртежу види тако што смо број 100 поделили најпре на 3 једнака дела, а онда од друге трећине узели још пола (половину друге трећине). На тај начин долазимо тачно до половине броја 100:



II начин:

У задатку се тражи трећина и половина од трећине од броја 100. То се може се записати и овако:

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)\cdot 100=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\cdot 100=\frac{1}{2}\cdot 100=50.$$

16. Који од наведених скупова има највише елемената:

$P = \{1, 2, \{1, 2\}\}$, $Q = \{\varnothing, 1, 2, \{1, 2\}\}$,

$R = \{1, 2, 3\}$, $S = \{5\}$, $T = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}\}$?

(A) P   (B) Q   (C) R   (D) S   (E) T

Решење: (B) Q

Скуп P има 3 елемента, скуп Q има 4 елемента, скуп R има 3 елемента, S има 1, а T има 2 елемента. Према томе, највише елемената има скуп Q.

17. Док су чекали ред да уђу у музеј, наставник је замолио ђаке да стоје по троје у једном реду. Весна, Ивана и Ана су приметиле да је њихова тројка седма од почетка колоне, а пета од краја колоне. Колико је ученика тога дана наставник повео у музеј?

(A) 18   (B) 21   (C) 24   (D) 30   (E) 33

Решење: (E) 33.

Према условима задатка, испред Весне, Иване и Ане стоји 6 тројки, а иза њих 4 тројке. Укупно ред чека 11 тројки, па је 11·3=33 ученика.

Задаци који се оцењују са 5 бодова

18. Из Лукине књиге испало је редом неколико листова. На првој страници која је испала стоји број 215, а на последњој број који се пише цифрама 1, 2 и 3. Колико је листова испало из Лукине књиге?

(A) 24 (B) 49 (C) 54 (D) 96 (E) 106

Решење: (B) 49

Последња страница која недостаје мора бити обележена парним бројем (при чему то не може бити број 132, јер је мањи од 215). То значи да у Лукиној књизи недостају странице: 215, 216, 217, . . . , 311, 312.
Недостаје, дакле, укупно 312–214=98 страница.
Како један лист има две странице, закључујемо да је из Лукине књиге испало 98:2=49 листова.

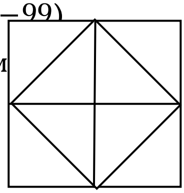
19. Колико је $100-(100-(100-(100-(100-99))))$?

(A) 1 (B) 95 (C) 96 (D) 99 (E) 100

Решење: (A) 1.

Вредност израза треба тражити поступно. Почети од $(100-99)$.

20. Средишта страница великог квадрата спојена су међусобно као на слици десно. Колико на тако добијеној слици видите правих углова?



(A) 20 (B) 16 (C) 14 (D) 10 (E) 8

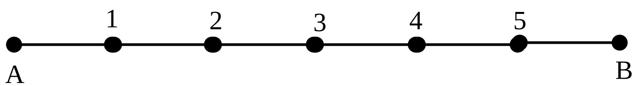
Решење: (A) 20

У сваком од 4 најмања квадрата на слици, има по 4 права угла, а осим тога има још 4 права угла у средњем квадрату. Дакле, $4\cdot4+4=20$.

21. Да би прешао пут, између две оазе у пустињи, једном бедуину је потребно 2 сата. Али, врућина је велика и он после сваких 20 минута мора да попије по 3 dl воде. Невоља је у томе што воде има само у оазама. Колико најмање воде треба тај бедуин да понесе да би успешно савладао пут између две оазе?

(A) 12dl (B) 15 dl (C) 18 dl (D) 21 dl (E) 3 dl

Решење: (B) 15 dl



Воде има у оазама А и В, а бедуин треба да пије воду када дође у места означена тачкама 1, 2, 3, 4, 5. Дакле, бедуин треба да попије $5 \cdot 3dl = 15dl$.

22. У следећем "рачуну" истим словима одговарају исте цифре, а различитим словима различите цифре:

ВОДА + ВОДА + ВОДА + ВОДА = ДАВИ

Дешифруј тај рачун, а затим одговори коју цифру замењује слово А и колики је збир цифара у "броју" ВОДА.

(A) А=4; збир цифара је 13 (B) А=4; збир цифара је 9
(C) А=5; збир цифара је 11 (D) А=6; збир цифара је 11
(E) А=2; збир цифара је 6

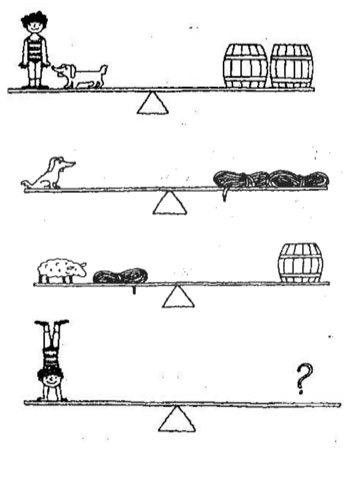
Решење: (A) А=4; збир цифара је 13

До решења ћемо лакше стићи ако задатак напишемо у облику

4 · ВОДА = ДАВИ.

Први закључак који одавде следи је да се иза речи ДАВИ крије четвороцифрени број дељив са 4. То даље значи да двоцифрени завршетак броја ДАВИ, тј. број ВИ мора бити дељив са 4. Међутим, ту сад имамо ограничење, због тога што су бројеви ВОДА иДАВИ четвороцифрени. Наиме, то значи да мора бити В∈{1, 2}, јер да је В већи број, онда би добијени резултат множења био петоцифрен број. Ако је В=1, онда је И∈{2, 6}, а да би последња цифра броја ДАВИ била 2 или 6, цифра која се крије иза А (у броју ВОДА) мора бити А∈{3, 4}. Анализом долазимо до јединог решења <u>4·1354=5416.</u>
Ако је В=2, онда И∈{0, 4, 8} и А∈{5, 1, 7} или А∈{5, 1, 2} или А∈{5, 6, 7} или А∈{5, 6, 2}. У свим овим случајевима долазимо до противречности.

23. Слике показују да су извршена 4 мерења на теразијама. Прва слика показује да су дечак и пас у равнотежи са 2 бурета. Друга слика показује да је пас у равнотежи са 2 конопца.
Трећа слика показује да су 1 овчица и 1 конопац у равнотежи са једним буретом. Колико <u>овчица</u> треба да стоји на месту "**?**" да би и четврте теразије биле у равнотежи?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Решење: (B) 2

Посматрајмо прве "теразије", па уместо пса ставимо 2 конопца (јер нам то дозвољава равнотежа приказана на другој слици), а уместо два бурета ставимо 2 овчице и 2 конопца (јер нам то дозвољава равнотежа приказана на трећој слици). Тада ће на левој страни првих теразија бити акробта и 2 конопца, а на десној 2 овце и два конопца. Теразије ће остати у равнотежи и када и са леве и са десне стране уклонимо по 2 конопца. Тада ће се видети да је дечак у равнотежи са 2 овчице.

24. На клупи у парку седи шест дечака. Посматрајући их с лева на десно видимо да између Пере и Марка седе Коста и још један дечак. Између Ранка и Косте седе Бора и још један дечак. Између Боре и Васе седе Пера и још један дечак. Васа не седи с краја. Којим редом седе дечаци на клупи? (Напишите почетна слова њихових имена било с лева у десно, било с десна у лево.)

(A) Р, Б, В, П, К, М; (B) Б, К, Р, П, В, М; (C) Р, Б, П, К, М, В;
(D) П, Р, Б, В, М, К; (E) Р, Б, П, К, В, М.

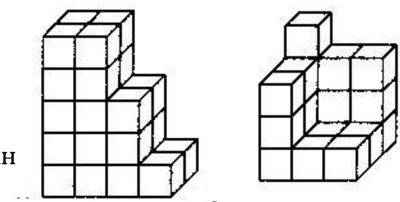
Решење: (E) Р, Б, П, К, В, М.

Пажљивим читањем текста и разматрањем свих случајева према датим условима долазимо до решења: Ранко, Бора, Пера, Коста, Васа, Марко.

25. Иван и Дејан су од једнаких коцкица направили фигуре које видите на слици. Затим су се предомислили и решили да од свих ових коцкица, направе једну велику (заједничку) коцку. Колико им још најмање коцкица недостаје?

(A) недостаје 8
(B) недостаје 10
(C) недостаје 12
(D) недостаје 14
(E) недостаје 16

Иван



Дејан

Решење: (E) недостаје 16

Иван је за прављење своје фигуре употребио 28 коцкица, а Дејан 20 коцкица. Кад их удруже, имаће заједно 28+20=48 коцкица. Од 48 коцкица се не може сложити нова коцка. Прва следећа (већа) коцка која се може сложити је коцка састављена од 64 коцкице (јер је $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$. тако закључујемо да Ивану и Дејану укупно недостаје $64 - 48 = 16$ коцкица.

Задаци и решења

Клуб младих математичара "Архимедес"- Београд

"*М И С Л И Ш А*"

Математичко такмичење за ученике ОШ
по угледу на
Међународно такмичење "КЕНГУР"

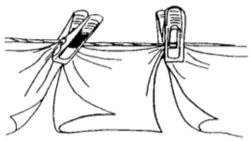
2008 **6. разред**

Задаци који се оцењују са 3 бода

1. На Марковој рођенданској торти горело је 6 свећица. Једна свећица изгори за 6 минута. За колико ће минута изгорети свих 6 свећица ако су упаљене истовремено?

(A) 6 min (B) 3 min (C) 12 min (D) пола сата (E) 6 min

Решење: (A) 6 min. Свећице су упаљене истовремено.



2. Сањина мама је опрала стољњаке, а Сања их је на раширила да се осуше - као што је показано на слици. Колико стољњака је Сања раширила, ако се зна да је употребила 10 штипаљки.

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) не може се одредити

Решење: (C) 9. Нацртај слику!

3. Колико је $(-5)-(-4)+(-3)-(-2)+(-1)$?

(A) -2 (B) -3 (C) -6 (D) -10 (E) -14

Решење: (B) -3.

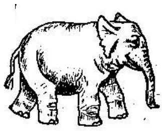
$(-5)-(-4)+(-3)-(-2)+(-1)=-5+4-3+2-1=-3$

4. Ако је $-2\frac{3}{4}-x=5\frac{1}{2}$, онда је

(A) $x=3\frac{5}{2}$ (B) $x=-3\frac{1}{2}$ (C) $x=3\frac{1}{2}$ (D) $x=-7\frac{2}{4}$ (E) $x=-8\frac{1}{4}$

Решење: (E) $x=-8\frac{1}{4}$

5. Слон је прешао 1 километар за 10 минута.



Којом брзином се кретао слон?

(A) $0{,}6\frac{km}{h}$ (B) $60\frac{km}{h}$ (C) $8\frac{km}{h}$ (D) $16\frac{km}{h}$ (E) $6\frac{km}{h}$

Решење: (E) $6\frac{km}{h}$.

Време од 10 минута представља шестину једног часа. То значи да ће за 6 пута дуже време слон прећи 6 пута дужи пут (наравно, под основном претпоставком да се слон кретао равномерном брзином). Слон ће, дакле, за 1 час прећи 6 километара, тј. његова брзина ће бити $6\frac{km}{h}$.

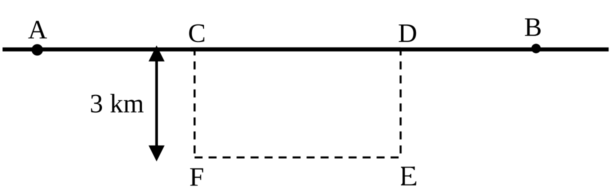
6. Страница једнакостраничног троугла је за 7 cm мања од збира других двеју страница. Колики је обим тог троугла?

(A) 7 (B) 14 (C) 21 (D) 28 (E) немогуће је одредити

Решење: (C) 21

Текст задатка можемо другачије исказати овако: ако бисмо једној страници једнакостраничног троугла додали још 7 cm, добили бисмо збир дужина друге две странице. То значи да уочених 7 cm чине тачно дужину једне странице тог једнакостраничног троугла.

7. Од града A до града B може се стићи аутопутем, али се на делу пута иазмеђу тачака C и D изводе радови, па се мора ићи обилазним путем, који је на слици приказан испрекиданом линијом. Ако се зна да је CDEF парвоугаоник, за колико километара ће бити дужи пут од града A до града B док трају радови на путу?



(A) 3 km (B) 6 km (C) 11 km (D) 16 km (E) не може се одредити

Решење: (B) 6 km.

Само CF и DE представљају увећање дужине пута између места A и B (FE=CD, а то би и иначе требало прећи).

8. Један од гостију приметио је да на забави не постоје две особе рођене истог месеца. Колико је највише особа могло бити на тој забави?

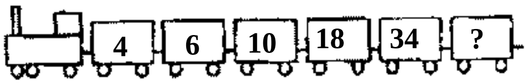
(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 24 (E) 364

Решење: (A) 12.

Како на забави не постоје две особе рођене у истом месецу, значи да су све присутне особе рођене у различитим месецима. Како у години има само 12 различитих месеци, значи да је на забави могло бити највише 12 особа.

Задаци који се оцењују са 4 бода

9. Који број треба уписати на последњем вагону овог необичног воза?



(A) 52 (B) 64 (C) 66 (D) 72 (E) 88

Решење: (C) 66

Ако посматрамо редом разлике између суседних чланова овог низа (2, 4, 8, 16), лако ћемо закључити да следећа разлика треба да буде 32, па је тражени број $34+32=66$

10. Међу бројевима $4, -8, 3, -6, 5, -7$ изаберите два различита тако да њихов производ буде најмањи. Колики је тај производ?

(A) 56 (B) 48 (C) -40 (D) -42 (E) -56

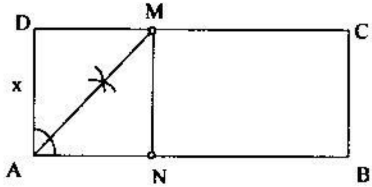
Решење: (C) -40.

Да би производ био што мањи, у овом случају треба да буде негативан и да има што је могуће већу апсолутну вредност, тј. $(-8)\cdot 5 = -40$. Сви остали производи су већи.

11. У правоугаонику ABCD симетрала угла код темена A сече страницу CD у тачки M, при чему је CM = 15 cm. Обим правоугаоника је 70 cm. Колика је његова површина.

(A) 1050 cm^2 (B) 750 cm^2 (C) 650 cm^2 (D) 550 cm^2 (E) 250 cm^2

Решење: (E) 250 cm^2.



Нека је $MN \perp AB$. Добијени четвороугао ANMD је квадрат странице x. Тада је $O = 4x + 2 \cdot 15 = 70 \Rightarrow x = 10$ cm.
Површина правоугаоника је $P = (10+15) \cdot 10 = 250$ (cm^2).

12. Шестина ипо од 100 колико је то?

(A) 16 (B) 24 (C) 25 (D) 26 (E) 30

Решење: (C) 25.

Како је $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$, значи да се тражи $\frac{1}{4}$ од 100, а може и овако: $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot 100 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot 100 = \frac{1}{4} \cdot 100 = 25$

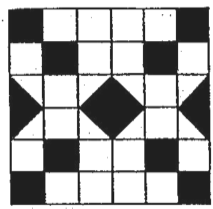
13. Збир бројева $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}, -0{,}5$ и $-1\frac{1}{4}$ једнак је:

(A) -1 B) 0 C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) 1,5

Решење: (B) 0

Ако сабирке "препакујемо" имаћемо: $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 0$

14. У ком односу стоје површине црних и белих делова великог квадрата?



(A) 1:1 (B) 1:2 (C) 1:3 (D) 2:3 (E) 3:4

Решење: (B) 1:2

Велики квадрат састоји се из 6·6=36 мањих квадрат
Пребројавањем и друкчијим распоређивањем црних поља (од 2 црна троуглића можемо сложити 1 црни квадратић), видимо да црна поља прекривају 12 квадратића, а слично томе, видимо да бела поља прекривају 24 квадратића. То можемо приказати као 12:24=1:2.

15. Колико грама има једна крушка?

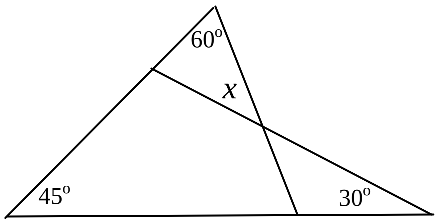
На десном тасу теразија је тег од 250 g.

(А) 250 g (B) 125 g (C) 50 g (D) 150 g (E) не може се одредити

Решење: (B) 125 g

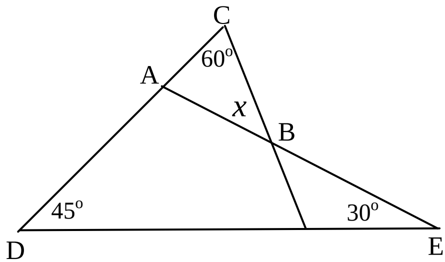
Ако и са левог и са десног таса склонимо по једну крушку и по једну јабуку, теразије ће и даље бити у равнотежи, али ће на левом тасу бити 2 крушке, а на десном само тег од 250 g, што значи да једна крушка има 125 g.

16. Колики је угао x на слици?



(А) 30° (B) 35° (C) 40°
(D) 45° (E) 50°

Решење: (D) 45°



Угао код темена A у троуглу ABC је, као спољашњи угао троугла ADE, једнак збиру два унутрашња несуседна угла (45° и 30°), па износи 75°. Тражени угао је онда трећи угао троугла ABC.

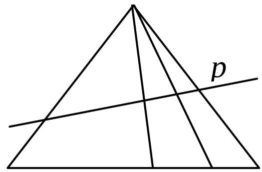
$x = 180° - (60° + 75°) = 180° - 135° = 45°$

17. Аца је у продавници купио хлеб и сир и потрошио половину укупне суме коју је имао. Затим је за 30 динара купио аутобуску карту и одвезао се до књижаре. У књижари је купио књигу за коју је потрошио половину преостале суме и још 10 динара. Пребројао је новац који му је остао, потрошио половину те суме за свеску, а затим је 40 динара дао за сладолед. После тога остало му је тачно 30 динара да купи аутобуску карту за повртак кући. Колико је новца имао Аца на почетку?

(А) 330 (B) 360 (C) 600 (D) 660 (E) 1320

Решење: (D) 660

Ово је пример задатка који је погодан да се решава "с краја".
Аци је на крају остало тачно 30 динара за аутобуску карту, јер је претходно купио сладолед за 40 динара. Сада 30+40=70 (динара) представља половину суме која му је остала када је претходно купио свеску, итд...

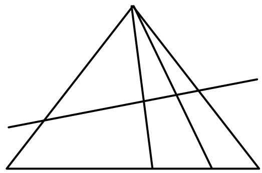


Задаци који се оцењују са 5 бодова

18. Колико троуглова видите на овој слици?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Решење: (C) 12

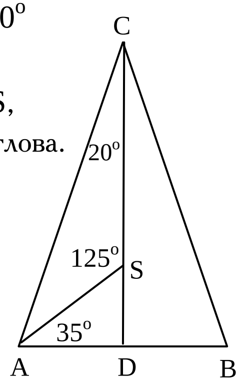


Прецизан одговор би био 6+6, јер на слици која не садржи праву *p* (погледати сличан задатак у 5. разреду) видимо 6 троуглова, а права не нарушава ни једног од њих већ, напротив, формира нових 6 (горњих, мањих) троуглова.

19. Симетрала угла на основици и симетрала угла при врху једнакокраког троугла ABC (AC=BC) секу се под углом од 125°. Колики је угао при врху?

(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60° (E) 70°

Решење: (B) 40°.



Угао од 125° је спољашњи угао правоуглог троугла ADS, па је зато једнак збиру унутрашњих њему несуседних углова. Како је један од тих углова прав, закључујемо да угао код темена A у троуглу ADS износи 35°. Како је то половина угла A у троуглу ABC, закључујемо да угао на основици у троуглу ABC има 70°, а то даље значи да је угао при врху 40°.

20. Јаша и Раша су на пијаци куплили лубенице: Јаша 3 kg, а Раша 2 kg лубеница. Тада им се придружи Саша и сва тројица заједно поједоше свих 5 kg лубеница (сваки је појео исту количину). Саша остави за део који је појео 100 динара и оде. Како ће Јаша и Раша међусобно поделити тај новац, тј. колико треба да припадне Јаши да би деоба била праведна?

(A) 20 (B) 40 (C) 50 (D) 60 (E) 80

Решење: (E) 80

Из податка да је Саша за део који појео оставио 100 динара, закључујемо да је укупна вредност сва три поједена дела била 300 динара, тј. да вредност свих 5 kg лубеница износи 300 динара. Одавде, даље, следи да 1 kg лубеница вреди 300:5=60 (динара). То значи да је за купљену лубеницу од 3 kg Јаша платио 3·60=180 (динара), а Раша 2·60=120 (динара). Како је Раша платио за своју лубеницу 180 динара, а појео лубенице у вредности од 100 динара, значи да њему од Сашиних 100 динара треба да припадне 80 динара. Слично закључујемо да Саши треба да припадне 20 динара.

21. Збир пет узастопних целих бројева је 0. Који међу њима је најмањи?

(A) −4 (B) −2 (C) 0 (D) 1 (E) 2

Решење: (B) −2

Означимо те бројеве са x, $x+1$, $x+2$, $x+3$, $x+4$.

Према услову задатка треба да буде:

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 0$$
$$5x + 10 = 0$$
$$x = -2$$

(Ако је средњи број x, онда дати услов записујемо овако:

$x - 2 + x - 1 + x + x + 1 + x + 2 = 0$, одакле је x=0).

22. Ако у једној учионици ученици седну по један у сваку клупу, неће бити довољно места за 7 ученика. Ако седну по двоје у сваку клупу, остаће 5 клупа празно. Колико има ученика, а колико клупа у тој чионици?

(A) 22 ученика и 17 клупа (B) 24 ученика и 10 клупа
(C) 20 ученика и 17 клупа (D) 24 ученика и 17 клупа
(E) немогуће је одредити

Решење: (D) 24 ученика и 17 клупа

Распоредимо, најпре, ученике тако да свако седне сам у једну клупу. Према услову задатка, 7 ученика ће тада стајати са стране.
Ако после тога, позовемо ученике да се разместе и да седну по двоје у сваку клупу, 5 клупа ће бити слободно. То значи да ће ученици из тих 5 клупа прећи код својих другара, али ће и оних 7 ученика, који су у првом распореду стајали са стране, дакле њих укупно 12, формирати сада 12 парова (сешће у клупу где већ седи један ученик). Дакле, у том одељењу има 24 ученика. Пошто су они сели у 12 клупа, а 5 клупа је остало празно, значи да у тој учионици има 17 клупа.

23. Колики је збир решења једначине $|2-x|=2$?

(A) 0 (B) 2 (C) − 2 (D) 4 (E) − 4

Решење: (D) 4

Као што знамо, једначину $|2-x|=2$ можемо написати у облику: $2-x=2$ или $2-x=-2$, одакле редом добијамо: $x=0$ или $x=4$, па је тражени збир решења 0+4=4

24. Пинокио је за закључавање своје куће смислио шифру у облику двоцифреног броја. Наравно, он је шифру убрзо заборавио, али се сећа да је збир цифара тога броја сабран са производом тих истих цифара био једнак самом броју.
Колико има бројева који би могли да буду Пинокијева шифра за откључавање врата?

(A) 9 (B) 6 (C) 5 (D) 2 (E) 1

Решење: (A) 9

То су бројеви: 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 99.

Заиста, ако прву цифру тога броја означимо са x, а другу са y, онда тражени двоцифрени број (Пинокијеву шифру) можемо записати у облику $10x+y$. Услове које тај број треба да испуњава можемо записати у облику $(x+y)+x\cdot y=10x+y$. Одавде је $x\cdot y=9x$.

Анализом овог закључка добијамо следеће:

Тражена шифра је двоцифрени број, дакле x не може бити 0. Даље видимо да је $y=9$, а x може бити ма који број осим 0.

25. Аутобус се из села у град кретао брзином 40 km/h, а када се враћао назад кретао се брзином 60 km/h. Колика је била његова средња брзина на читавом путу?

(A) 45 km/h (B) 48 km/h (C) 50 km/h (D) 54 km/h (E) 56 km/h

Решење: (B) 48 km/h

Растојање између села и града означимо са s. Пошто је аутобус два пута прешао тај пут, онда је укупан пут $2s$, а укупно време проведено на читавом путу $\frac{s}{40}+\frac{s}{60}$ часова.

Средња брзина на читавом путу се израчунава као укупан пут кроз укупно време, па имамо: $v_{sr}=\dfrac{2s}{\frac{s}{40}+\frac{s}{60}}=48$ (km/h).

8888 Пера је посматрао један троугао и запазио да је једна његова висина једнака једној његовој страници, а друга висина једнака другој страници. Какав троугао је Пера посматрао?

(A) једнакокраки (B) једнакостранични (C) правоугли
(D) оштроугли (E) не може се утврдити

Решење: (C) правоугли
Код правоуглог троугла свака од катета уједно је и висина троугла!

&&&) Коју најмању вредност (у степенима) може имати највећи угао у троуглу?

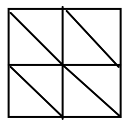
(A) 55^o (B) 60^o (C) 70^o (D) 75^o (E) 90^o

Решење: (B) 60^o.
Означимо са α, β, γ углове троугла и нека је $0<\alpha<\beta<\gamma$. Доказаћемо да је најмања вредност $\gamma=60^o$. Покажимо најпре да је $\gamma\geq 60^o$. Претпоставимо супротно, тј. да је $\gamma\leq 60^o$. Тада је $\beta<60^o$ и $\alpha<60^o$, па би због тога било и $\alpha+\beta+\gamma<180^o$, што је немогуће. Значи, $\gamma\leq 60^o$. Покажимо да може бити $\gamma=60^o$. Заиста, ако је $\alpha=\beta=\gamma=60^o$, онда су сви услови задатка испуњени.

10. Картон облика квадрата има димензије $10\text{ cm}\times 10\text{ cm}$. Милица га је најпре разрезала на квадратиће површине 25 cm^2, а затим је сваки тај квадратић разрезала на два троугла. Колико је, после тога, Милица имала троуглова?

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16 cm

Решење: (A) 8



13. На фудбалском турниру који се играо по систему сваки са сваким по једну утакмицу, одиграно је укупно 10 утакмица. Колико је клубова играло на том турниру?

(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

Решење: (E) 5
Задатак ћемо гометријски интерпретирати. У равни је дато неколико тачака и све су међусобно повезане дужима. Тако је на слици настало укупно 10 дужи. Колико је тачака дато?

Другим речима, тражи се да решимо следећу једначину: $\dfrac{n(n-1)}{2}=10$,

тј. једначину $n(n-1)=20$. Ово значи да тражимо два узастопна броја чији је производ 20. До коначног решења лако долазимо. Број тачака, односно екипа на том турниру био је 5.

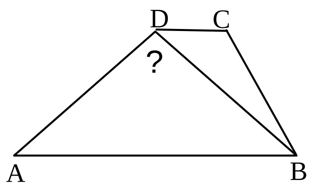
20. Сваки пут кад испуни жељу свога власника, дужина чаробног ћилима се смањи за $\frac{1}{2}$, а ширина за $\frac{1}{3}$. После три испуњене жеље чаробни ћилим је имао површину 4 m^2. Његова почетна ширина је била 9 m. Колика му је била почетна дужина?

(A) 4 m (B) 12 m (C) 18 m (D) 36 m (E) немогуће је одредити

Решење: (B) 12 m.

Задатак решавамо "с краја".

****)На слици је приказан трапез код кога је $BD=AD$, $\angle DCB=110°$, и $\angle CBD=30°$. Одредите $\angle ADB$.



(A) 80° (B) 90° (C) 100° (D) 110° (E) 120°

Решење: (C) 100°

Угао код темена D у троуглу BCD је $180°-(110°+30°)=40°$. Угао код темена B у троуглу ABD је такође 40° (као наизменичан са углом D у троуглу BCD). Како је троугао ABD једнакокрак, угао код темена A је такође 40°, а тражени угао је тада угао при врху у једнакокраком троуглу, па је $\angle ADB=100^0$.

6. *разред*

1. (В) 10
2. (В) 10
3. (В) 10

4. (В) 10
5. (В) 10
6. (В) 10
7. (В) 10
8. (
9. (
10. (В) 10
11. (В) 10
12. (В) 10
13. (В) 10
14. (В) 10
15. (В) 10
16. (В) 10
17. (В) 10
18.

19. (B) 10
20. (B) 10
21. (B) 10

22.
23. (B) 10
24. (B) 10
25. (B) 10

Задаци и решења

Клуб младих математичара "Архимедес"- Београд

"*М И С Л И Ш А*"

Математичко такмичење за ученике ОШ

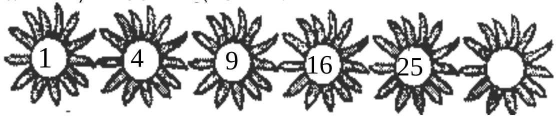
по угледу на

Међународно такмичење "КЕНГУР"

2008 7. разред

Задаци који се оцењују са 3 бода

1. У цветиће су уписани бројеви по неком правилу. Који број треба уписати ну шести цветић?



(A) 27 (B) 28 (C) 30 (D) 32 (E) 36

Решење: (E) 36

Ради се о низу бројева којег чине редом квадрати природних бројева.

2. Колико белих поља на овој слици треба обојити црном бојом па да број црних поља буде једнак половини броја белих поља?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(E) такво бојење је немогуће

Решење: (B) 3

Велики правоугаоник састоји се из $6 \cdot 4=24$ поља. Тражи се однос црних и белих поља буде 1:2, тј. да црних поља буде 8, а белих 16. Како на слици већ видимо 5 црних поља, значи да треба обојити још 3 поља да би био испужен тражени услов.

3. Колико међу наведеним бројевима има рационалних:

$$0;\ -2;\ \sqrt{2}-1;\ 1{,}73;\ \sqrt{5};\ 3{,}14;\ \pi;\ 13{,}333\ldots;\ \sqrt{49};\ \frac{23}{2008}.$$

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Решење: (E) 7

(То су бројеви: $0;\ -2;\ 1{,}73;\ 3{,}14;\ 13{,}333\ldots;\ \sqrt{49};\ \frac{23}{2008}$)

4. Шестина и по неког броја износи 5. Који је то број?

(A) 60 (B) 20 (C) 12 (D) 6 (E) 1

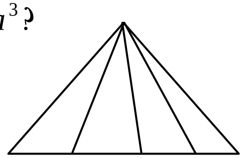
Решење: (B) 20

Шестина и по значи шестина и још половина од шестине, а то значи шестина и још дванаестина, тј. $\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=1\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{4}$. Другим речима, тражи се број чија четвртина износи 5.

5. Израз $2a^2\cdot 3a$ се другачије може записати:

(A) $5a^2$ (B) $5a^3$ (C) $6a$ (D) $6a^2$ (E) $6a^3$?

Решење: (E) $6a^3$



6. Колико на овој слици видите троуглова?

(A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7 (E) 6

Решење: (A) 10.

Постоји више начина да извршимо пребројавање троуглова. Рецимо, да бројимо по плану од мањих ка све већим и већим троугловима (4+3+2+1=10), или да уочимо да на овој слици има онолико троуглова колико се дужи може избројати на основици великог троугла, тј. (5·4):2=10.

7. Колико овде има погрешних једнакости:

а) $2+3^2=11$

б) $-5^2+6=-19$

в) $-10\cdot(-0{,}3)^2=-10\cdot(-0{,}09)=0{,}9$

г) $\left(\frac{4}{3}\right)^2\cdot(-3)^2-0{,}5^2:\left(\frac{1}{2}\right)^3=18$

д) $\left(1-\sqrt{\frac{16}{25}}\right)\cdot 1\frac{2}{3}:\frac{1}{6}=2$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Решење: (B) 2

Нетачне су једнакости **в)** и **г)**, јер је:

в) $-10\cdot(-0{,}3)^2=-10\cdot 0{,}09=-0{,}9$

г) $\left(\frac{4}{3}\right)^2\cdot(-3)^2-0{,}5^2:\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{16}{9}\cdot 9-0{,}25:\frac{1}{8}=16-\frac{1}{4}\cdot 8=14$

8. Колико дијагонала има конвексан десетоугао?

(A) 8 (B) 20 (C) 27 (D) 35 (E) 39

Решење: (D) 35, јер је број дијагонала конвексног многоугла

$D_n = \dfrac{n(n-3)}{2}$, па је $D_{10} = \dfrac{10 \cdot 7}{2} = 35.$

<u>**Задаци који се оцењују са 4 бода**</u>

9. Која од следећих формула је тачна <u>само</u> за a=0?

(A) $-a^2 = (-a)^2$ (B) $-a^3 = (-a)^3$ (C) $a^2 = a^3$ (D) $a^3 = a$ (E) $a^2 = a$

Решење: (A) $-a^2 = (-a)^2$

Дате формуле тачне су редом: (A) само за a=0, (B) за свако $a \in$ R, (C) за $a \in \{0, 1\}$, (D) за $a \in \{-1, 0, 1\}$, (E) за $a \in \{0, 1\}$.

10. Нека је a цео број. Која тврдња је тачна за свако $a \in$ Z?

(A) a је позитиван број (B) $a+2$ је паран број (C) $3a > a$

(D) $a(a+1)$ је дељив са 2 (E) $2a+1 < 2a$

Решење: (D) $a(a+1)$ је дељив са 2, јер су a и $a+1$ узастопни бројеви

Образложење:

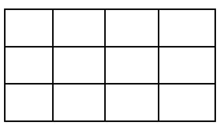
(A) a је позитиван број – **није тачно** јер може бити нпр. $a = -5$

(B) $a+2$ је паран број – **није тачно** за a непарно

(C) $3a > a$ – **није тачно** за $a \leq 0$

(E) $2a+1 < 2a$ – **није тачно** јер је $2a$ претходник броја $2a+1$

11. Јанко је чоколаду као на слици изломио на 12 "коцкица". Колико пута је Јанко вршио ломљење?

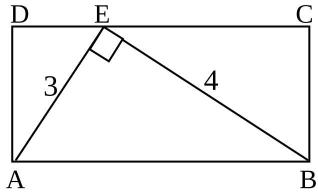


(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 11 (E) 12

Решење: (D) 11

Било којим редом да се врши ломљење, број ломљења је увек за 1 мањи од броја добијених комадића! Изврши "пробу" на више различитих случајева!

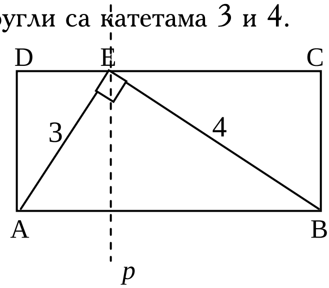
12. Четвороугао *ABCD* којег видимо на слици је правоугаоник. Према подацима са слике израчунајте површину тог правоугаоника.



(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 17 (E) 18

Решење: (A) 12.

Према подацима са слике, троугао ABE је правоугли са катетама 3 и 4. Његова површина је (3·4):2=6.



Ако сада повучемо праву *p*, на слици видимо два нова правоугаоника од којих је сваки катетом троугла ABE подељен на два подударна троугла. То значи да је површина правоугаоника једнака двострукој површини троугла ABE, тј. $P=2\cdot6=12$.

13. Међу наведеним бројевима највећи је:

(A) 2^{32} (B) 4^{15} (C) 8^{11} (D) 16^{8} (E) 32^{6}

Решење: (C) 8^{11}. Све бројеве треба претворити у степене са основом 2: 2^{32}; $4^{15}=2^{30}$; $8^{11}=2^{33}$; $16^{8}=2^{32}$; $32^{6}=2^{30}$.

14. Колико је $(-1)^1\cdot(-1)^2\cdot(-1)^3\cdot(-1)^4\cdot\ldots\cdot(-1)^{2006}\cdot(-1)^{2007}\cdot(-1)^{2008}$?

(A) −2008 (B) −1 (C) 0 (D) 1 (E) 2008

Решење: (D) 1, јер у датом изразу има паран број негативних фактора.

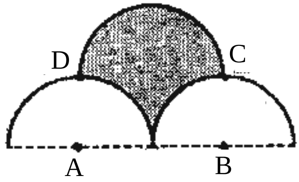
15. Дат је круг полупречника *r*. Колико има кругова полупречника *r* који додирују дати круг, а и међусобно се додирују два по два?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Решење: (D) 6

Обележимо са O центар датог круга, а са O_1 и O_2 центре двају од суседних тражених кругова. Тада је ΔOO_1O_2 једнакостраничан, па се даље лако уверавамо да је одговор 6.

16. Свака од три полукружнице има полупречник 2 cm. Четвороугао ABCD је правоугаоник. Изрази (у cm^2) површину осенчене фигуре.

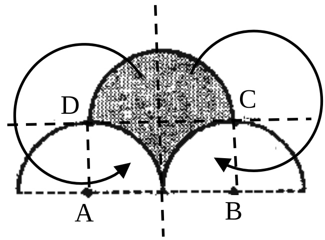


(A) 7 (B) $2\pi-1$ (C) 8 (D) 2π (E) $2\pi+1$

Решење: (C) 8

Осенчену фигуру разрежемо и пресложимо као што је приказано на слици!

Тражена површина једнака је површини правоугаоника ABCD.



17. Сава чува у кутији 8 црвених, 5 плавих и 3 жута кликера. Колико најмање кликера треба Сава да узме из кутије, не гледајући у кутију, да би био сигуран да је узео 3 разнобојна кликера?

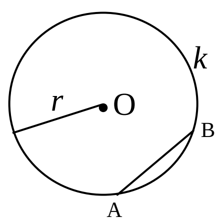
(A) 16 (B) 15 (C) 14 (D) 13 (E) 11

Решење: (C) 14.

Треба посматрати најнеповољнији случај, тј. случај када за редом из кутије извучемо све црвене и све плаве кликере. Тек ће следећи (14.) кликер бити жути, и заједно са претходно извученим кликерима двеју боја, бићемо сигурни да међу извученим кликерима имамо 3 разнобојна.

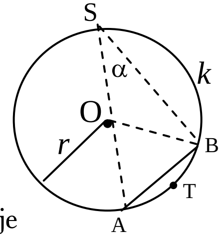
Задаци који се оцењују са 5 бодова

18. На кружници k полупречника r изабране су тачке A и B тако да је AB=r. Под којим углом се дуж AB (тетива круга) види из ма које тачке кружнице k (различите од уочених тачака A и B)?



(A) 60° (B) 90° (C) 30° или 120°
(D) 30° или 150° (E) 60° или120°

Решење: (D) 30^0 или 150^0



Троугао AOB је једнакостранични (према условима задатка. Угао AOB је централни угао, а ASB је њему одговрајући периферијски угао, па је угао ASB=30°. Међутим, тетива AB се може посматрати и из било које тачке T лука AB на датој кружници. Угао под којим се тада види тетива AB је 150°, јер је то периферијски угао коме одговара централни угао ASB од 300^0 (допуна угла AOB=60^0 до 360^0)

19. Написана су два броја – први и други. Првом броју додат је други и тако је добијен трећи број. Другом броју додат је трећи и тако је добијен четврти број, и тако даље. Чему ће бити једнак збир шест написаних бројева, ако пети број износи 7?

(A) 28 (B) 26 (C) 24 (D) 22 (E) 20

Решење:. (A) 28

Означимо први број са a, а други са b. Кад првом броју додамо други добијамо трећи, што у нашем случају износи $a+b$. Даље, другом броју додајемо трећи и добијамо $a+2b$. Ако тако продужимо даље, према услову задатка, добићемо низ бројева:

$$a, b, a+b, a+2b, 2a+3b=7, 3a+5b, \ldots$$

Тражени збир шест тако насталих бројева је:

$$a+ b+ a+b+ a+2b+ 2a+3b+ 3a+5b=8a+12b=4(2a+3b)=4\cdot 7=28$$

20. Воја је замислио прост троцифрен број чије су све цифре различите. Која цифра може бити последња цифра тога броја, ако се зна да је она једнака збиру прве две цифре тога броја?

(A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 3 или 1 (E) немогуће је одредити

Решење: (C) 7

То може бити само цифра 7.

Најпре је сигурно да последња цифра тога броја не може бити цифра 1. Даље, како се ради о простом броју, последња цифра не може бити ни 0, 2, 4, 6, 8, али ни цифра 5. Ако би последња цифра била 3 или 9, онда би збир цифара тога броја био једнак двострукој последњој цифри, што би значило да је тај број дељив са 3 (дакле, опет није прост). Тако нам коначно остаје само цифра 7.

21. Нађите 2008. цифру после запете (зареза) у децималном запису разломка $\frac{1}{7}$.

(A) 1 (B) 2 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Решење: (D) 8

Како је $\frac{1}{7} = 0{,}142857142857\ldots = 0{,}(142857)$, тј, периодични разломак са периодом од 6 децимала (142857) и како је 2008=6·334+4, значи да ће на 2008. месту бити четврта цифра у 335. периоду децималног записа броја $\frac{1}{7}$, а четврта цифра у свакој периоди је цифра 8.

22. Ако је $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$, онда вредност полинома $P(x, y) = x^{2008} + 2008y$ износи:

(A) 0 (B) 2008 (C) 4015 (D) 4016 (E) 4017

Решење: (E) 4017

Пошто је:

$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 =$

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 0,$

што је могуће само ако је сваки од сабирака једнак нули, тј. $x+1=0$ и $y-2=0$, одакле је $x=-1$ и $y=2$.

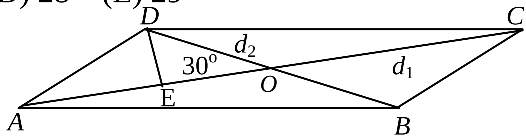
Сада израчунавамо вредност полинома:

$P(-1,\ 2) = (-1)^{2008} + 2008 \cdot 2 = 1 + 4016 = 4017.$

23. Колика је површина паралелограма чије се дијагонале $d_1 = 12$ cm и $d_2 = 9$ cm секу под углом од 30°?

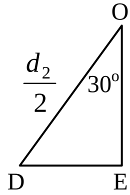
(A) 21 (B) 25 (C) 27 (D) 28 (E) 29

Решење: (C) 27



У овом задатку је веома погодно да се површина паралелограма посматра као збир површина два подударна троугла (ABC и ACD). Основица троугла ACD је дијагонала d_1, а висина DE. Остаје нам сада да висину DE изразимо помоћу d_1 или d_2 (јер су нам то једини познати подаци). Посматраћемо зато правоугли троугао EOD:

С обзиром да му је један оштар угао 30°, закључујемо да му је други оштар угао 60°, па тај троугао представља половину замишљеног једнакостраничног троугла чија је страница $\dfrac{d_2}{2}$. Дуж DE је тада половина странице тог замишљеног једнакостраничног троугла, па је она зато $DE = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{d_2}{2} = \dfrac{d_2}{4}$



Према томе, површина паралелограма је:

$$P = 2 \cdot \frac{AC \cdot DE}{2} = AC \cdot DE = d_1 \cdot \frac{d_2}{4} = \frac{d_1 \cdot d_2}{4} = \frac{12 \cdot 9}{4} = 3 \cdot 9 = 27$$

24. Познато је да се од пет датих дужи могу саставити четири различита правоугла троугла. Наћи однос између најмање и највеће од тих дужи.

(A) $1 : \sqrt{2}$ (B) 1:2 (C) $1 : \sqrt{5}$ (D) 1:4 (E) 1:5

Решење: (C) $1 : \sqrt{5}$

Уредимо дате дужи у растућем поретку: $a \le b \le c \le d \le e$. Хипотенузе одговарајућих троуглова могу бити само c, d и e. При томе e може бити хипотенуза двају различитих троуглова. Зато имамо: $c^2 = a^2 + b^2$, $d^2 = a^2 + c^2$, $e^2 = a^2 + d^2 = b^2 + c^2$ и $e = a\sqrt{5}$.

$(a,\ b = a\sqrt{2},\ c = a\sqrt{3},\ d = a\sqrt{4} = 2a,\ e = a\sqrt{5})$

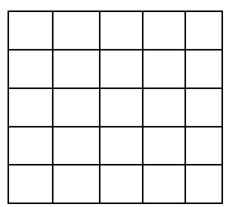
25. Колики је збир површина свих квадрата који се могу уочити на квадратној мрежи 5×5, ако је површина квадрата 1×1 једнака 1 cm^2.

(A) 25 (B) 121 (C) 225 (D) 259 (E) 360

Решење: (D) 259

На квадратној мрежи 5×5 можемо уочити $5\cdot5+4\cdot4+3\cdot3+2\cdot2+1\cdot1=55$ квадрата. Међутим они нису сви истих димензија, односно површина. Наиме, на квадратној мрежи 5×5 можемо уочити $5\times5=25$ квадратића странице 1 cm, $4\times4=16$ квадрата странице 2 cm, $3\times3=9$ квадрата странице 3 cm, 2×2 квадрата странице 4 cm и коначно 1×1 квадрат странице 5 cm. Њихова укупна површина је:

$25\cdot1+16\cdot4+9\cdot9+4\cdot16+1\cdot25=25+64+81+64+25=259$.



Задаци и решења

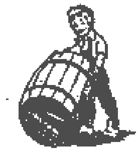
Клуб младих математичара "Архимедес"- Београд

"М И С Л И Ш А"

Математичко такмичење за ученике ОШ
по угледу на
Међународно такмичење "КЕНГУР"

2008 — 8. разред

Задаци који се оцењују са 3 бода

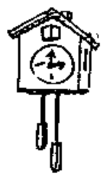


1. У буре од 100 литара сипано је 40 литара воде. Колико ће у њему бити воде када се у њега налије још 70 литара?

(A) 90 (B) 100 (C) 105 (D) 110 (E) не може се одредити

Решење: (B) 100

Како је у питању буре од 100 литара, а 70+40=110, значи да ће се 10 литара прелити ван.



2. Познато је да овакав зидни сат сваког сата откуца онолико пута колико сати показује, а на сваких пола сата откуца само једном. Милица је почела да броји откуцаје таквог сата тачно у 8 и бројала све до подне истога дана. Колико је откуцаја Милица чула?

(A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53 (E) 54

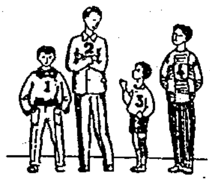
Решење: (E) 54

8+1+9+1+10+1+11+1+12= 54

3. Колико има природних бројева, мањих од 5000, који се записују само помоћу цифре 2?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Решење: (C) 4. То су бројеви: 2, 22, 222, 2222.



4. На слици су 4 дечака: Андра, Бора, Влада и Горан. Који је дечак највиши, ако се зна да Бора није највиши, али је виши од Андре и Горана, а Андра није виши од Горана.

(A) Андра (B) Бора (C) Влада (D) Горан
(E) не може се одредити
Решење: (C) Влада

5. Број a је већи од броја b. Ако број a повећамо за 1, а број b смањимо за 7, њихова разлика ће се:

(A) повећати за 1 (B) повећати за 7 (C) смањити за 1
(D) смањити за 7 (E) повећати за 8

Решење: (E) повећати за 8

6. Количник два броја је 13 пута мањи од дељеника. Колики је делилац?
(A) 1 (B) 13 (C) 26 (D) 39 (E) не може се одредити
Решење: (B) 13

Како је, према услову задатка, $x : y = \frac{x}{13} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{x}{13} \Rightarrow y = 13.$

7. Саша је желео да нађе три узастопна парна броја чији је збир 84. Написао је једначину:

$$k + (k+2) + (k+4) = 84.$$

Шта у Сашиној једначини представља слово k?
(A) Најмањи од три парна броја (B) Средњи паран број (C) Највећи од три парна броја (D) Просек од та три парна броја (E) Ни један од тражених бројева
Решење: (A) Најмањи од тражена три парна броја

8. Деветина ипо неког броја је 100. Који је то број?

(A) 150 (B) 500 (C) 600 (D) 900 (E) 1800
Решење: (C) 600

$$1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} x = 100 \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot x = 100 \Rightarrow x = 600$$

<u>Задаци који се оцењују са 4 бода</u>

9. Решење једначине: $\frac{2x}{5} - \frac{x+7}{10} + 0{,}7 = x$ је:

(A) −2 (B) 0 (C) 2 (D) 7 (E) 10

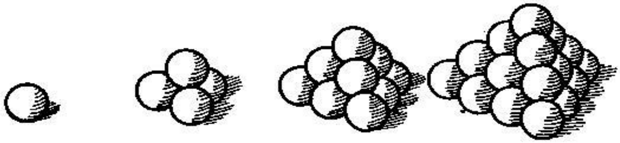
Решење: (B) 0

Помножимо леву и десну страну једначине са 10 и добијамо:

$$4x-(x+7)+7=10x$$

$$4x-x-7+7=10x \Rightarrow -7x=0 \Rightarrow x=0$$

10. Све своје кликере Пера је једног дана поређао како је показано на слици:



Колико је укупно кликера Пера за то употребио?

(A) 32 (B) 34 (C) 35 (D) 36 (E) 41

Решење: (C) 35, јер је редом употребљено 1+4+10+20 кликера.

11. Посматрај низ:

1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, _____

Који је следећи члан тог низа?

(A) 21121314 (B) 12131431 (C) 3121314
(D) 31121314 (E) не може се одредити

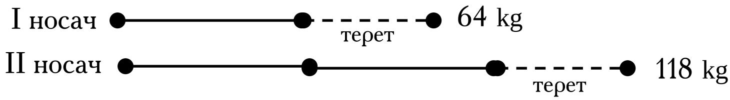
Решење: (D) 31121314. Пажња, пажња! У сваком следећем члану низа "описано" је колико којих цифара има у претходном члану! На пример, други члан 11 читамо као: 1 јединица (у првом члану низа), затим трећи члан 21 читамо: 2 јединице; четврт члан: 1 јединица и 1 двојка, итд. Број који тражимо треба да опише да у претходном члану низа има 3 јединице, 1 двојка, 1 тројка и 1 четворка, тј. 31121314.

12. Два носача носе једнако тешке терете. Тежина једног носача тачно је двоструко мања од тежине другог носача. Ако се зна да је тежина једног носача заједно са теретом 64 kg, а тежина другог носача заједно са теретом 118 kg, колика је онда тежина терета?

(A) 10 (B) 12 (C) 22 (D) 24 (E) 28

Решење: (A) 10.

Веома је погодно да се услови задатка прикажу цртежом:

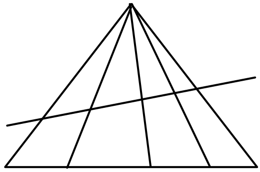


Слика показује да разлика између 118 kg и 64 kg представља половину тежине другог носача, или тежину првог носача. Како је 118 kg − 64 kg = 54 kg, значи да I носач има 54 kg, а да је терет који он носи 64 kg − 54 kg =10 kg.

Може и овако: Са n означимо тежину носача, а са t тежину терета, онда услове задатка можемо записати у облику: $n+t=64$ и $2n+t=118$. Сада размишљамо овако: други збир је већи за 54 јер у њему број n учествује два пута. Дакле $n=54$, итд.

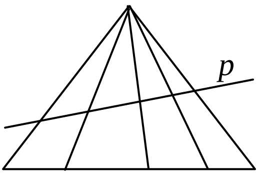
13. Колико на овој слици видите троуглова?

(A) 20 (B) 18 (C) 17 (D) 16 (E) 14



Решење: (A) 20

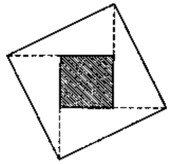
Одговор који би уједно садржао и образложење гласио би 10+10=20.



На слици без праве p видимо 4+3+2+1=10 троуглова (или: (5·4):2, тј. онолико троуглова колико има дужи на основици великог троугла)

Кад је повучена права p, она није "уништила" ни један од тих 10 троуглова, али је зато формирала нових 10 (мањих, горњих) троуглова, па је зато одговор 10+10=20 троуглова.

14. На слици видите осенчен квадрат странице 1 cm. Свака његова страница продужена је преко темена за своју дужину. Тако су настала темена новог већег квадрата. Колика је површина већег квадрата?



(A) 1 cm^2 (B) 2 cm^2 (C) 3cm^2 (D) 4cm^2 (E) 5 cm^2

Решење: (E) 5 cm^2

Четири правоугла троугла, које видимо на слици, можемо "препаковати" у два правоугаоника димензија 2×1.

15. Кад је Сава напунио 12 година питао је родитеље колико они имају година.

"Нас троје имамо укупно 85 година, а мама је млађа од мене три године", рекао је тата.

Помозите Сави да израчуна колико је година његовим родитељима.

(A) мама 33, тата 36 (B) мама 37, тата 40 (C) мама 38, тата 35
(D) мама 35, тата 38 (E) мама 32, тата 35

Решење: (D) мама 35, тата 38

Ако број татиних година означимо са x, онда мама има $x-3$ године, па једначина гласи: $12+x+(x-3)=85$.

Решење $x=38$ значи да Савин тата има 38 година, а мама 35.

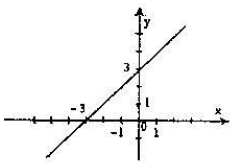
16. Разлика квадрата двају узастопних природних бројева је 49. Колики је производ тих бројева?

(A) 506 (B) 552 (C) 600 (D) 650 (E) 702

Решење: (C) 600

Ако већи од тих бројева означимо са $a+1$, а мањи са a, онда је према условy задатка $(a+1)^2-a^2=49$. Решење ове једначине је $a=24$ и то је мањи од тражених бројева. Већи је онда 25, а производ је 600.

17. Која једначина одговара нацртаном графику?



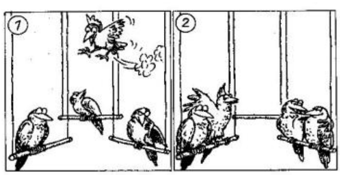
(A) $y=x$ (D) $y=3-x$
(B) $y=-x$ (E) $y=-x-3$
(C) $y=3+x$

Решење: (C) $y=3+x$

<u>Задаци који се оцењују са 5 бодова</u>

18. *Стари задатак*

Летеле су вране, слетеле на гране.
По једна врана, врана више,
по две вране, грана више.
Кол'ко, врана, кол'ко грана?



(A) 1 врана и 3 гране (B) 2 вране и 3 гране (C) 3 вране и 4 гране

(D) 4 вране и 3 гране (E) 3 вране и 3 гране

Решење: (D) 4 вране и 3 гране
Означимо број врана са x, а број грана са y. Ако на сваку грану слети по једна врана, по услову задатка, једна врана ће бити вишак (неће наћи имати своју грану). То значи да је број врана за 1 већи од броја грана: $x = y + 1$.

А ако на сваку грану седну по две вране, онда оне неће заузети све гране, тј. једна грана ће остати слободна. Другим речима, биће заузета $y - 1$ грана, а на свакој грани ће бити по две вране: $2(y-1)$. То значи да врана има $x = 2(y-1)$.

На тај начин смо дошли до две једначине са две непознате:

$$x = y + 1$$
$$x = 2(y-1)$$

Пошто су леве стране ових једначина једанаке, значи да су једнаке и десне стране:

$$y + 1 = 2(y-1).$$

Решење система $x = 4$, $y = 3$ значи да је било 4 вране и 3 гране.
(Још мало шале: решење се види на слици!)

19. У равни је дато 8 тачака, од којих су 4 на једној правој, а од осталих 4 ни које три нису на истој правој. Колико се различитих правих може повући кроз дате тачке (ако знамо да две различите тачке потпуно одређују једну праву)?

(A) 64 (B) 32 (C) 26 (D) 23 (E) 22

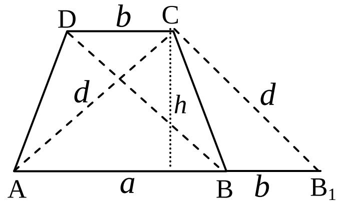
Решење: (D) 23
Како 8 различитих тачака од којих ни које 3 нису колинеарне, одређујуе (8·7):2=28 правих, овде ћемо имати мање правих (губитак) јер су неке од датих тачака колинеарне. Како су, према услову задатка, 4 тачке колинеарне, оне онда уместо 4·3:2=6 правих одређују свега једну праву, значи да ту имамо губитак од 5 правих, па је решење 28−5=23. Постоје и други начини! (1+4·3:2+4·4=23)

20. Висина једнакокраког трапеза је h, а његова површина је h^2. Под којим углом се секу његове дијагонале?

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75° (E) 90°

Решење: (E) 90°

Како је површина трапеза $P=\dfrac{(a+b)\cdot h}{2}$, из услова $\dfrac{(a+b)\cdot h}{2}=h^2$ закључујемо да мора бити $\dfrac{a+b}{2}=h$. Посматрајмо сада одговарајућу слику:



Трапез ABCD је једнакокраки, троугао AB_1C је једнакокраки, а висина трапеза је уједно и висина троугла AB_1C. Осим тога, због $\dfrac{a+b}{2}=h$, односно због тога што је висина једнакокраког троугла једнака половини његове основице, закључујемо да је троугао AB_1C правоугли. Угао код темена B_1 је тада 45°. Даље лако долазимо до закључка да су дијагонале трапеза међусобно нормалне.

21. У једном одељењу сваки дечак се дружи са четири девојчице, а свака девојчица се дружи са три дечака. Колико у том одељењу има ученика, ако се зна да има 4 девојчице више него дечака?

(A) 28 (B) 26 (C) 24 (D) 20 (E) 12

Решење: (A) 28

Ако број дечака у том одељењу означимо са m, тада девојчица има $m+4$. Према услову задатка имамо: $4m=3(m+4)\Rightarrow m=12$, одакле следи да је број девојчица 16, а укупан број ученика 28.

22. Наставник математике је једнога дана у три одељења, А, Б и В, постављао задатке у вези са једним истим бројем, позначимо га са a. У одељењу А рекао је да ученици најпре тај број a

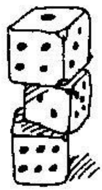
смање за 20%, а онда резултат увећају за 20%. У одељењу Б рекао је да ученици прво број a увећајуза 10%, а онда резултат смање за 10%. Ученици у одељењу В нису морали да мењају дати број a. Којим редом можемо поређати (од већег ка мањем) бројеве које су на крају имали ученици у сваком одељењу?

(A) А,Б,В (B) А,В,Б (C) Б,В,А (D) В,Б,А (E) В,А,Б

Решење: (D) В,Б,А.

Најједноставнији начин је да претпоставимо да се ради о броју $a = 100$. У одељењу А треба најпре 100 смањити за 20, а онда добијени број 80 увећати за његових 20%, тј. за петину. Тако ће се добити број 96 (80 +16). У одељењу В број 100 најпре повећамо за 10, а онда број 110 смањимо за његову десетину, тј. за 11. Тако добијамо 99 (110−11=99). Како се у одељењу С број није мењао, остаје да уредимо по величини бројеве 96, 99 и 100. Одговор је, дакле: 100, 99, 96, односно одељења В, Б, А.

23. Од три коцкице за игру "Не љути се човече" сложена је призма, тј. коцкице су поређане једна на другу тако што једна страна у потпуности прекрива другу. Колики најмањи може бити збир тачкица које се налазе на свим странама целе призме (2 базе и омотач)? (Имајте у виду да су тачкице на странама коцкице распоређене тако да је збир тачкица на супротним странама коцкице увек 7.)



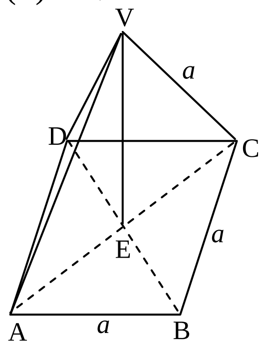
(A) 40 (B) 42 (C) 44 (D) 46 (E) 50

Решење: (C) 44.

Како збир тачкица на супротним странама коцкице износи 7, на овако формираној кули имамо 6 парова супротних страна (на сваком спрату по 2 пара), што даје укупно $6 \cdot 7 = 42$. Осим тога, имамо још и горњу и доњу страну те куле, па ћемо се побринути да на тим странама буде по 1 тачкица (како би збир био што је могуће мањи). Тако добијамо $42+2=44$, као најмањи збир тачкица на датој кули.

24. Површина дијагоналног пресека правилне четворостране једнакоивичне пирамиде је 18. Колика је њена запремина?

(A) $36\sqrt{2}$ (B) $36\sqrt{3}$ (C) $30\sqrt{3}$ (D) $24\sqrt{2}$ (E) $48\sqrt{3}$



Решење: (A) $36\sqrt{2}$

Наводимо најпре неке особине ове пирамиде:

Дијагонала базе: $d = a\sqrt{2}$ (база је квадрат)

Дијагонала бочне стране - апотема:

$h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (бочна страна је једнакостранични троугао)

Висина пирамиде: можемо је одредити на два начина

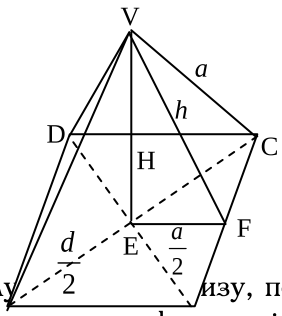
I начин: $H^2 = h^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$ из троугла EFV

II начин: $H^2 = a^2 - \left(\dfrac{d}{2}\right)^2$ из троугла AEV

Било како да радимо, $H = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Ово значи да је $H = \dfrac{d}{2}$, а то значи да је троугао ACV је једнакокрако-правоугли, тј. представља половину квадрата.

Како нам је дата површина дијагоналног пресека (18), тај податак ћемо искористити да одредимо ивицу пирамиде. Наиме, дијагонални пресек је половина квадрата странице a. Цео квадрат би онда имао површину 18·2=36, што значи да је $a = 6$.

Коначно, тражена запремина је: $V = \dfrac{1}{3}\cdot a^2 \cdot \dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6} \Rightarrow V = 36\sqrt{2}$



25. На столу, у низу, поређано 6 новчића. Зна се да међу прва четири новчића постоји један дефектан, али да и међу последња два новчића такође постоји један дефектан. Исправни новчићи имају исту масу, а дефектни новчићи такође међусобно имају исти масу, али су лакши од исправних новчића. Колико је најмање мерења на теразијама без тегова потребно извршити да би се одредила оба дефектна новчића?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Решење: (A) 2

Назовимо прва четири новчића заједничким именом A и означимо их са A_1, A_2, A_3, A_4, а следећа два новчића назовимо једним именом B и означимо их са B_1 и B_2.

Извршимо сада прво мерење на следећи начин: ставимо на први тас теразија два новчића из групе A, нпр. новчиће A_1 и A_2, а на други тас теразија ставимо један новчић из групе A (A_3), и један новчић из групе B (B_1). Анализирајмо случајеве који могу да наступе:

1) Ако претегне други тас, значи дефектни су новчић B_2 и један од новчића A_1 или A_2. Другим мерењем упоређујемо новчиће A_1 и A_2 и тако проналазимо други дефектан новчић.

2) Ако претегне први тас, значи да су оба новчића A_1 и A_2 исправна, а да су на другом тасу један или оба новчића дефектна. Другим мерењем их упоређујемо. Ако у другом мерењу теразије буду у равнотежи, значи да су оба новчића (A_3 и B_1) дефектна. Ако, пак, у другом мерењу B_1 претегне, значи да су дефектни A_3 и B_2, а ако A_3 претегне значи да су дефектни A_4 и B_1.

3) Ако су теразије у равнотежи, тада су на њима или сви новчићи исправни, или је на сваком тасу по један дефектан новчић. Ставимо затим на теразије новчиће A_1 и A_2, упоредимо у следећем мерењу њихове масе. Ако су и у овом мерењу теразије у равнотежи, то значи да су сви новчићи које смо у првом мерењу ставили на теразије били исправни, тј. тако смо открили да су дефектни новчићи A_4 и B_2. Ако у другом мерењу теразије не буду у равнотежи, тј. ако један од новчића A_1 или A_2 претегне, значи да је дефектан онај који је у том мерењу имао мању масу. Из тога још следи да је A_3 исправан, а B_1 дефектан.